Вступительная работа по математике в 7 класс. 7 апреля 2019 г.

Часть A

Вариант 1

А1. (1 балл) Найдите 4,2% от $\dfrac{4\frac{4}{7}-\frac{2}{3}\cdot 2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{12}+4{,}375\right):19\frac{8}{9}}$.

Ответ: 0,336.

Решение.

$$\frac{4\frac{4}{7}-\frac{2}{3}\cdot 2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{12}+4{,}375\right):19\frac{8}{9}}=\frac{4\frac{4}{7}-\frac{2}{3}\cdot\frac{33}{14}}{\left(3\frac{1}{12}+4\frac{3}{8}\right):\frac{179}{9}}=\frac{4\frac{4}{7}-1\frac{4}{7}}{\frac{179}{24}\cdot\frac{9}{179}}=3:\frac{3}{8}=8;$$

$$\frac{8\cdot 4{,}2}{100}=0{,}336.$$

А2. (1 балл) Жук полз по координатной прямой от точки $A(80)$ до точки $B(35)$. В какой точке он прошёл треть пути?

Ответ: 65.

Решение. $80-35=45$ (длина пути, который прополз жук);

$45:3=15$; $80-15=65$.

А3. (1 балл) Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на числа $1\frac{5}{13}$, $1\frac{7}{9}$ и $2\frac{2}{5}$ получаются натуральные числа.

Ответ: 144.

Решение. Пусть x – искомое число. Так как числа $\frac{13x}{18}$, $\frac{9x}{16}$ и $\frac{5x}{12}$ – натуральные, то x кратно 18, 16 и 12. Наименьшее из таких натуральных чисел равно

$$\text{НОК}(18,16,12)=144.$$

А4. (1 балл) Стены комнаты с высотой потолков 2,5 м, шириной 3 м, длиной 4 м, одной дверью размерами 1 м × 2 м и одним окном 1 м × 1,5 м решили оклеить новыми обоями без рисунка. Ширина рулона 50 см, длина 10 м. Какое наименьшее количество рулонов нужно купить для ремонта этой комнаты?

Ответ: 7.

Решение. Периметр комнаты равен $2\cdot(3+4)=14$ м, площадь стен $14\cdot 2{,}5=35$ м^2, площадь двери $1\cdot 2=2$ м^2, площадь окна $1\cdot 1{,}5=1{,}5$ м^2. Площадь оклейки составляет $35-2-1{,}5=31{,}5$ м^2. Площадь одного рулона $0{,}5\cdot 10=5$ м^2. $6<31{,}5:5<7$. Нужно 7 рулонов.

А5. (1 балл) В какую степень нужно возвести число 4^4, чтобы получить 8^8?

Ответ: 3.

Решение. $4^4=\left(2^2\right)^4=2^8$; $\quad 8^8=\left(2^3\right)^8=2^{24}=\left(2^8\right)^3=\left(4^4\right)^3$.

А6. (1 балл) Длина ломаной *ABCD* равна периметру треугольника *ABC*. Сумма длин отрезков *AC* и *CD* равна 56 см, а сумма *AB* и *CD* равна 62 см. *BC* меньше *AC* на 8 см. Найдите длину ломаной *ABCD*.

Ответ: 82.

Решение. $CD = AC$, $AC + CD = 56$, поэтому $CD = AC = 28$.

$AB + CD = 62$, откуда $AB = 34$.

$BC = 20$. Длина ломаной *ABCD* равна: $34 + 20 + 28 = 82$.

А7. (1 балл) Пятизначное число $\overline{24x8y}$ делится на 4, 5 и 9. Чему равна сумма цифр x и y?

Ответ: 4.

Решение. Данное пятизначное число делится на 20, поэтому $y = 0$. Сумма цифр данного числа $2 + 4 + x + 8 + 0 = 14 + x$ должна делиться на 9, значит, $x = 4$.

А8. (1 балл) Среднее арифметическое десяти чисел равно 12. Среднее арифметическое четырёх из них равно 15. Найдите среднее арифметическое оставшихся шести чисел.

Ответ: 10.

Решение. Сумма всех десяти чисел равна $12 \cdot 10 = 120$. Сумма четырёх чисел, у которых среднее арифметическое равно 15, равна $4 \cdot 15 = 60$. Поэтому сумма остальных шести чисел равна $120 - 60 = 60$. Их среднее арифметическое равно $60 : 6 = 10$.

А9. (1 балл) Квадрат со стороной 5 см разрезали на два прямоугольника. Периметр одного из них равен 16 см. Найдите периметр второго прямоугольника.

Ответ: 14 см.

Решение. На какие бы два прямоугольника не разрезали квадрат, сумма их периметров равна $4 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 30$ см, поэтому периметр второго прямоугольника $30 - 16 = 14$ см.

А10. (1 балл) Если половину пути от дома до школы Вася идёт, а половину бежит, он тратит на дорогу 20 минут. Если же он весь путь бежит, то тратит 10 минут. Сколько минут Вася идёт от дома до школы?

Ответ: 30.

Решение. Половину пути Вася пробегает за $10 : 2 = 5$ минут, значит половину пути он проходит пешком за $20 - 5 = 15$ минут, а на весь путь пешком тратит $15 \cdot 2 = 30$ минут.

Вступительная работа по математике в 7 класс. 7 апреля 2019 г.

Часть А

Вариант 2

А1. (1 балл) Найдите $10\frac{2}{3}\%$ от $\dfrac{\left(152\frac{3}{4}-148\frac{3}{8}\right)\cdot 0{,}3}{0{,}2}$.

А2. (1 балл) Муха ползла по координатной прямой из точки $A(95)$ до точки $B(15)$. В какой точке она преодолела четверть пути?

А3. (1 балл) Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на числа $2\frac{2}{7}$, $1\frac{1}{11}$ и $3\frac{3}{5}$ получаются натуральные числа.

А4. (1 балл) Стены комнаты с высотой потолков 2,5 м, шириной 4 м, длиной 5 м, одной дверью размерами 1,5 м × 2 м и одним окном 1 м × 2 м решили оклеить новыми обоями без рисунка. Ширина рулона 60 см, длина 10 м. Какое наименьшее количество рулонов нужно купить для ремонта этой комнаты?

А5. (1 балл) В какую степень нужно возвести число 9^9, чтобы получить 27^{18}?

А6. (1 балл) Длина ломаной $ABCD$ равна периметру треугольника BCD. Сумма длин отрезков AB и BD равна 64 см, а сумма BD и CD равна 58 см. BC больше AB на 12 см. Найдите периметр треугольника BCD.

А7. (1 балл) Пятизначное число $\overline{1x56y}$ делится на 4, 5 и 9. Чему равна сумма цифр x и y?

А8. (1 балл) Среднее арифметическое двенадцати чисел равно 10. Среднее арифметическое десяти из них равно 9. Найдите среднее арифметическое оставшихся двух чисел.

А9. (1 балл) Квадрат со стороной 7 см разрезали на два прямоугольника. Периметр одного из них равен 24 см. Найдите периметр второго прямоугольника.

А10. (1 балл) Если половину пути от дома до школы Коля идёт, а половину бежит, он тратит на дорогу 10 минут. Если же он весь путь проходит пешком, то у него на это уходит 15 минут. Сколько минут Коля бежит от дома до школы?

Ответы на задания варианта 2

А1	**А2**	**А3**	**А4**	**А5**	**А6**	**А7**	**А8**	**А9**	**А10**
0,7	75	144	7	3	102	6	15	18	5

Вступительная работа по математике в 7 класс. 7 апреля 2019 г.

Часть Б

Вариант 3

Б1. (2 балла) Вычислите

$$\left(\frac{1\cdot2\cdot4+2\cdot4\cdot8+3\cdot6\cdot12+\ldots+10\cdot20\cdot40}{1\cdot4\cdot5+2\cdot8\cdot10+3\cdot12\cdot15+\ldots+10\cdot40\cdot50}\right)^2.$$

Ответ: $\frac{4}{25}$.

Решение.

$$\left(\frac{1\cdot2\cdot4+2\cdot4\cdot8+3\cdot6\cdot12+\ldots+10\cdot20\cdot40}{1\cdot4\cdot5+2\cdot8\cdot10+3\cdot12\cdot15+\ldots+10\cdot40\cdot50}\right)^2=$$

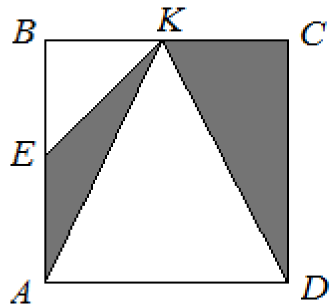
$$=\left(\frac{1\cdot2\cdot4\cdot(1+2\cdot2\cdot2+3\cdot3\cdot3+\ldots+10\cdot10\cdot10)}{1\cdot4\cdot5\cdot(1+2\cdot2\cdot2+3\cdot3\cdot3+\ldots+10\cdot10\cdot10)}\right)^2=\left(\frac{1\cdot2\cdot4}{1\cdot4\cdot5}\right)^2=\frac{4}{25}.$$

Б2. (3 балла) В числе A запятую перенесли вправо на один знак и получили число B, а затем ещё на один знак вправо и получили число C. Найдите число A, если $C+B-A=13{,}08$.

Ответ: 0,12.

Решение. $B=10A$, $C=10B=100A$.

Получаем: $100A+10A-A=13{,}08$, значит $A=0{,}12$.



Б3. (3 балла) Площадь квадрата $ABCD$ равна 8 $м^2$. Точки E и K – середины его сторон. Определите площадь закрашенной части (см. рис.).

Ответ: 3.

Решение. $S_{AKD}=2\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}S_{ABCD}\right)\right)=\frac{1}{2}S_{ABCD}$, $S_{BKE}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}S_{ABCD}\right)=\frac{1}{8}S_{ABCD}$.

Искомая площадь $S=S_{ABCD}-S_{AKD}-S_{BKE}=\frac{3}{8}S_{ABCD}=3$.

Б4. (4 балла) Найдите все целые n, при которых дробь $\frac{9n^2+3n-14}{n}$ принимает натуральные значения.

Ответ: $n=-1$, $n=2$, $n=7$, $n=14$.

Решение. $\frac{9n^2+3n-14}{n}=9n+3-\frac{14}{n}$. Число $\frac{14}{n}$ – целое при $n\in\{\pm1;\pm2;\pm7;\pm14\}$.

По условию, дробь $\frac{9n^2+3n-14}{n}$ должна принимать натуральные значения, поэтому надо, чтобы $9n+3>\frac{14}{n}$. Это выполняется при $n=-1$, $n=2$, $n=7$, $n=14$.

Вступительная работа по математике в 7 класс. 7 апреля 2019 г.

Часть Б

Вариант 4

Б1. (2 балла) Вычислите

$$\left(\frac{1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 4\cdot 6+3\cdot 6\cdot 9+\ldots+15\cdot 30\cdot 45}{1\cdot 3\cdot 5+2\cdot 6\cdot 10+3\cdot 9\cdot 15+\ldots+15\cdot 45\cdot 75}\right)^2.$$

Ответ: $\frac{4}{25}$.

Решение.

$$\left(\frac{1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 4\cdot 6+3\cdot 6\cdot 9+\ldots+15\cdot 30\cdot 45}{1\cdot 3\cdot 5+2\cdot 6\cdot 10+3\cdot 9\cdot 15+\ldots+15\cdot 45\cdot 75}\right)^2=$$

$$=\left(\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot(1+2\cdot 2\cdot 2+3\cdot 3\cdot 3+\ldots+15\cdot 15\cdot 15)}{1\cdot 3\cdot 5\cdot(1+2\cdot 2\cdot 2+3\cdot 3\cdot 3+\ldots+15\cdot 15\cdot 15)}\right)^2=\left(\frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 3\cdot 5}\right)^2=\frac{4}{25}.$$

Б2. (3 балла) В числе A запятую перенесли влево на один знак и получили число B, а затем ещё на один знак влево и получили число C. Найдите число A, если $A-B+C=19{,}11$.

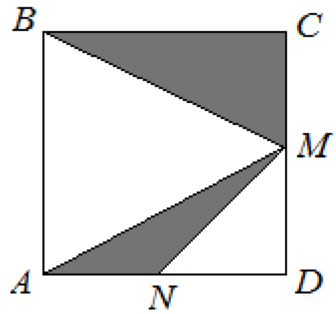
Ответ: 0,12.

Решение. $B=0{,}1\cdot A$, $C=0{,}1\cdot B=0{,}01\cdot A$.

Получаем: $A-0{,}1A+0{,}01A=19{,}11$, значит $A=21$.

Б3. (3 балла) Площадь квадрата $ABCD$ равна 16 $м^2$. Точки M и N – середины его сторон. Определите площадь закрашенной части (см. рис.).

Ответ: 6.



Решение. $S_{ABM}=2\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}S_{ABCD}\right)\right)=\frac{1}{2}S_{ABCD}$,

$S_{DMN}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}S_{ABCD}\right)=\frac{1}{8}S_{ABCD}$.

Искомая площадь $S=S_{ABCD}-S_{ABM}-S_{DMN}=\frac{3}{8}S_{ABCD}=6$.

Б4. (4 балла) Найдите все целые n, при которых дробь $\frac{7n^2+3n-10}{n}$ принимает натуральные значения.

Ответ: $n=-1$, $n=2$, $n=5$, $n=10$.

Решение. $\frac{7n^2+3n-10}{n}=7n+3-\frac{10}{n}$. Число $\frac{10}{n}$ – целое при $n\in\{\pm1;\pm2;\pm5;\pm10\}$.

По условию, дробь $\frac{7n^2+3n-10}{n}$ должна принимать натуральные значения, поэтому надо, чтобы $7n+3>\frac{10}{n}$. Это выполняется при $n=-1$, $n=2$, $n=5$, $n=10$.