МАОУ СОШ №146 с углубленным изучением математики, физики и информатики»
г.Пермь

Рабочая программа «Геометрия» 10-11 классы.
Углубленный уровень

Учителя:

Рассмотрено на заседании школьного
методического объединения учителей
математики

Директор школы____________(Корзняков А.А.)
Зам. Директора ______________(Малютина М.Р.)

2013 г.

Пояснительная записка

В качестве рабочей программы используется «программа «Геометрия. 10-11 кл. Профильный уровень : программа УМК Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича для общеобразовательных учреждений / Е. В. Потоскуев. – М.: Дрофа, 2010.»

Планирование учебного материала рассчитано на 3 часа в неделю в течение 10 и 11 классов (всего 204 часа) и ориентировано на его изложение по УМК «Геометрия 10-11 кл».

В основе концепции курса стереометрии лежат идеи дальнейшего формирования и развития конструктивно-пространственного воображения, а также таких качеств учащихся, как интеллектуальная восприимчивость к новой информации, гибкость и независимость логического мышления.

Курс осуществляет логическое упорядочение свойств фигур, которые выступают в определенной логической связи, устанавливаемой системой определений, аксиом и теорем.

Содержание обучения и требования к уровню подготовки выпускников

10 класс

Введение в стереометрию (8 ч)

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида, призма, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

Основная цель:

• познакомить учащихся с содержанием курса стереометрии, с некоторыми многогранниками и их изображениями на рисунке (чертеже);
• ввести основные понятия и формулировать аксиомы данного курса стереометрии;
• доказать первые следствия из аксиом;
• вырабатывать навык учащихся начинать решение стереометрической задачи (доказательство теоремы) с изображения фигур, о которых идет речь в этой задаче (теореме), сопровождая при этом аргументированными объяснениями возникающие утверждения.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

• содержание введенных аксиом стереометрии;
• сущность метода «от противного» при доказательстве теорем;
• плоскость в пространстве можно задать: а) тремя точками, не лежащими на одной прямой; б) прямой и не принадлежащей ей точкой; в) двумя пересекающимися прямыми; г) двумя параллельными прямыми;

уметь:

• доказывать изученные теоремы;
• на моделях и изображениях многогранников «видеть» параллельные прямые;
• строить изображения куба, правильного тетраэдра, параллелепипеда, призмы, пирамиды и выполнять дополнительные построения на этих изображениях;
• строить точки пересечения прямой и плоскости, «проводить» прямые пересечения двух плоскостей;
• строить плоские сечения многогранников на основании системы аксиом, аргументировано объясняя каждый «шаг построения»;
• корректно обосновывать утверждения, возникающие при решении задач и доказательстве теорем.

Прямые в пространстве (8 ч)

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых.

Прямая и плоскость в пространстве (27 ч)

<u>Параллельные прямая и плоскость</u>

Определение и признак параллельности прямой. и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения *двух* плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.

Основная цель:

• ввести определение параллельных прямой и плоскости;
• сформулировать и доказать признаки параллельности прямой и плоскости;
• формировать умение учащихся решать задачи:

а) на доказательство параллельности прямой и плоскости;

б) на построение плоских сечений многогранников, используя свойства параллельности прямой и плоскости, аргументировано обосновывая каждый шаг построения.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• определение параллельности прямой и плоскости;

• при решении стереометрических задач обоснование параллельности прямой и плоскости реализуется с поп мощью признаков их параллельности;

• если прямая, не лежащая в плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости, то эти прямая и плоскость параллельны;

• плоскость и не лежащая в ней прямая, параллельные некоторой плоскости, параллельны;

• плоскость и не лежащая в ней прямая, параллельные некоторой прямой, параллельны;

• если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то прямая пересечения этих плоскостей параллельна данной прямой;

• если через каждую из двух параллельных прямых проведена плоскость, причем эти плоскости пересекаются, то прямая их пересечения параллельна каждой из данных прямых; если прямая параллельна каждой из двух. пересекающихся плоскостей, то она параллельна их линии пересечения;

• для любых двух скрещивающихся прямых существует единственная пара параллельных плоскостей, проходящих соответственно через эти прямые;

• в сечении правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону ее основания, получается трапеция, и пользоваться этим фактом далее при решении аналогичных задач;

уметь:

• доказывать параллельность прямой и плоскости, пользуясь признаками этой параллельности;

• решать задачи на доказательство и вычисление, в которых используется параллельность прямых и плоскостей, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления;

• строить на рисунке:

а) прямые, параллельные данной прямой и данной плоскости;

б) прямую пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой;

в) сечение многогранника плоскостью, проходящей через прямую, параллельную какой-либо грани этого многогранника; определять форму сечения, вычислять его площадь, периметр, сопровождал каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацией.

<u>Перпендикулярные прямая и плоскость</u>

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости.

Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная).

Основная цель:

•ввести определение прямой, перпендикулярной данной плоскости;

•доказать признак перпендикулярности прямой и плоскости;

• выработать умение учащихся различать и правильно применять определение и признак перпендикулярности прямой и плоскости;

• доказать теоремы (прямую и обратную) о трех перпендикулярах и выработать умение учащихся использовать эти теоремы при решении конструктивных задач с многогранниками;

• ввести понятие расстояние от данной точки до данной плоскости;

• формировать умения учащихся:

а) применять теоремы о трех перпендикулярах при решении задач на нахождение расстояний от точки до плоскости (до прямой);

б) устанавливать взаимосвязь между параллельностью и перпендикулярностью прямых и плоскостей и использовать ее при решении метрических задач стереометрии;

в) применять теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных при решении метрических задач стереометрии.

В результате изучения этой темы на профильном. уровне ученик должен

знать/понимать:

• определение прямой, перпендикулярной данной плоскости;

• признак перпендикулярности прямой и плоскости;

• теоремы (прямую и обратную) о трех перпендикулярах;

• теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных;
• диагональ куба перпендикулярна плоскости, проходящей через концы трех ребер, исходящих из той же вершины, что и диагональ;
• скрещивающиеся ребра правильного тетраэдра попарно взаимно перпендикулярны;
• отрезки, соединяющие середины пар скрещивающихся ребер правильного тетраэдра, являются их общими серединными перпендикулярами;

уметь:

• осуществлять на рисунке (чертеже) построение:

а) плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данной прямой;

б) прямой, прёходящей через данную точку перпендикулярно данной плоскости;

• проводить взаимно перпендикулярные прямые и плоскости на изображениях куба, правильного тетраэдра, правильной пирамиды, прямоугольного параллелепипеда;
• решать задачи на доказательство, построение и вычисление с использованием:

а) признака перпендикулярности прямой и плоскости;

б) теорем о трех перпендикулярах, сопровождая каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацией;

• решать задачи на свойства перпендикулярных прямых и плоскостей;
• находить расстояния в кубе, правильном тетраэдре, правильной пирамиде;
• строить сечения куба, правильного тетраэдра, правильной пирамиды; находить площади этих сечений, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Угол между прямой и плоскостью

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения.

Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

Основная цель:

• ввести понятие угла между прямой и плоскостью;
• познакомить с основами параллельного (ортогонального) проектирования пространственных фигур на плоскость; ввести понятие оригинала и изображения данной фигуры; изучить основные свойства (инварианты) этого проектирования;
• формировать умения учащихся:

а) правильно, наглядно изображать на плоскости пространственные фигуры при параллельном проектировании;

б) видеть, строить угол между прямой и плоскостью на изображениях куба, правильного тетраэдра; находить величину этого угла;

в) решать задачи на вычисление углов между прямой и плоскостью, используя изображения куба, правильной пирамиды, правильного тетраэдра, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

• определение угла между прямой и плоскостью;
• основные свойства (инварианты) параллельного проектирования: отношение длин отрезков, лежащих на параллельных прямых или на одной прямой; понятия средней линии и медианы треугольника; понятие центроида треугольника;
• при параллельном проектировании изображаются:

любой треугольник — треугольником любой формы; параллелограмм, прямоугольник, ромб — параллелограммом; трапеция — трапецией; окружность — эллипсом;

• свойства ромба (прямоугольника, квадрата, трапеции), инвариантные при параллельном проектировании;
• вершина правильной пирамиды на ее изображении ортогонально проектируется в центр основания пирамиды;
• при построении сечения многогранника на рисунке фактически строится изображение сечения многогранника на его изображении в параллельной проекции;

уметь:

• верно и наглядно строить изображение правильной четырехугольной пирамиды; правильной треугольной пирамиды; правильного тетраэдра; куба; параллелепипеда;

• правильно и наглядно «строить» угол между прямой и плоскостью и решать задачи на его вычисление, используя изображения куба, правильной пирамиды, правильного тетраэдра, параллелепипеда, сопровождал каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацией;
• построить изображение правильного шестиугольника в параллельной проекции;
• нарисовать параллельную проекцию равнобедренной трапеции и ось ее симметрии;
• построить изображение центра окружности, описанной около правильного треугольника-оригинала;
• начертить параллельную проекцию ромба, имеющего угол в 60°, и построить изображение высоты этого ромба, проведенной из:

а) вершины острого угла;

б) вершины тупого угла.

Плоскости в пространстве (17 ч)

Параллельные плоскости

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей.

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве.

Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

Основная цель:

• ввести понятие параллельных плоскостей; изучить их свойства;
• изучить:

а) признаки параллельности плоскостей;

б) соотношения между параллельными плоскостями и плоскостями (прямыми), их пересекающими;

• разъяснить важность теоремы единственности плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости;

• формировать умения учащихся применять свойства и признаки параллельных плоскостей при решении задач на построение, доказательство и вычисление с использованием многогранников, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

• при выяснении вопроса о том, параллельны ли две плоскости, используются признаки их параллельности;

• если каждая из двух пересекающихся прямых одной плоскости параллельна другой плоскости, то данные плоскости параллельны;

• если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны;
• прямые, по которым две параллельные плоскости пересечены третьей, параллельны;
• если прямая пересекает одну из двух параллельных плоскостей, то она пересекает и другую;
• если плоскость пересекает одну из двух параллельных плоскостей, то она пересекает и другую плоскость;
• две плоскости, параллельные третьей, параллельны;
• при построении сечений многогранников можно (и нужно) пользоваться признаками и свойствами параллельных плоскостей: если секущая плоскость пересекает каждую из двух параллельных граней многогранника, то отрезки, по которым секущая плоскость пересекает эти грани, являются параллельными сторонами многоугольника-сечения;
• отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны;

уметь:

• доказывать свойства параллельных плоскостей и их признаки;
• используя изображения многогранников и корректно аргументируя возникающие утверждения, решать задачи:

а) на признак параллельности двух плоскостей;

б) на параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

в) на доказательство, построение сечений многогранников и вычисление их периметров, площадей.

<u>Угол между двумя плоскостями</u>

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

<u>Перпендикулярные плоскости</u>

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей.

Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

Основная цель:

- ввести понятия:
  a) двугранного угла и его линейного угла;
  b) угла между двумя плоскостями;
  c) перпендикулярных плоскостей;
- изучить:
  а) теорему об измерении двугранного угла;
  б) признаки перпендикулярности двух плоскостей;
  в) свойства перпендикулярных плоскостей;
- формировать умения учащихся применять свойства и признаки перпендикулярных плоскостей при решении задач на построение, доказательство и вычисление с использованием многогранников;
- ввести понятия общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых и расстояния между ними;
- формировать умения учащихся решать задачи на нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми с использованием куба, правильного тетраэдра, правильной призмы, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления;
- изучить теорему о площади ортогональной проекции многоугольника;
- формировать умения учащихся с помощью этой теоремы находить: площади сечения и основания многогранника; величину угла при ребре основания пирамиды; величину угла между плоскостью сечения и плоскостью основания многогранника.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение:
  а) двугранного угла;
  б) перпендикулярных плоскостей;
- двугранный угол может быть острым, прямым или тупым, если его линейный угол соответственно острый, прямой или тупой;
- если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны;
- если в плоскости есть хоть одна прямая, перпендикулярная другой плоскости, то эти плоскости взаимно перпендикулярны;
- для исследования, перпендикулярны ли две плоскости, применяется не определение, а признак перпендикулярности двух плоскостей;
- если плоскость перпендикулярна прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, то эта плоскость перпендикулярна каждой из данных плоскостей;
- если прямая лежит в одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и перпендикулярна линии их пересечения, то она перпендикулярна другой плоскости;
- если прямая, проведенная через точку одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей, перпендикулярна другой плоскости, то она лежит в первой из них;

• если прямая, проведенная через точку одной из двух пересекающихся плоскостей, перпендикулярна другой плоскости и не лежит в первой, то данные плоскости не перпендикулярны;
• если две плоскости, перпендикулярные третьей плоскости, пересекаются, то прямая их пересечения перпендикулярна третьей плоскости;
е площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна площади проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекций;
• с помощью этой теоремы решаются задачи на нахождение: площади сечения и площади основания многогранника; угла при ребре основания пирамиды; угла между плоскостью сечения и плоскостью основания многогранника;
• расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию между параллельными плоскостями, проходящими через эти прямые;
• для нахождения расстояния между двумя скрещивающимися прямыми вовсе не обязательно строить их общий перпендикуляр, а можно поступить иначе. Если а и b- данные скрещивающиеся прямые, то бывает достаточно применить один из трех следующих методов:

а) провести (или «увидеть» уже построенные) через прямые а и *b* параллельные плоскости, тогда расстояние от любой точки одной из этих плоскостей до другой плоскости равно расстоянию между прямыми а и *b;*

б) провести (или «увидеть» уже проведенную), например, через прямую а, плоскость α, параллельную прямой *b,* тогда расстояние от любой точки прямой *b* до плоскости α равно расстоянию между прямыми а и *b;*

в) провести плоскость α, перпендикулярную прямой а и пересекающую ее в некоторой точке *A,* затем построить прямую b_1— ортогональную проекцию прямой *b* на эту плоскость, тогда расстояние от точки *A* до b равно расстоянию между прямыми а и *b;*

уметь:
доказывать:
а) признаки перпендикулярности двух плоскостей и свойства перпендикулярных плоскостей;
б) теорему о площади ортогональной проекции многоугольника –
• «видеть», правильно изображать («показывать на рисунке») и вычислять линейные углы двугранных углов в данном многограннике: кубе, правильных или специальных пирамидах;
• решать задачи на нахождение: величины двугранного угла; расстояния от точки, расположенной внутри двугранного угла, до его граней или его ребра;
• решать задачи на признак и свойства перпендикулярных плоскостей, используя изображения правильного тетраэдра, правильной пирамиды, куба, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления;
• используя куб, правильные пирамиды с помощью теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника находить:

а) площадь основания многогранника;
б) площадь сечения многогранника;
в) величину двугранного угла при ребре многогранника;
г) величину угла между плоскостями основания и сечения многогранника;
е находить углы и расстояния между скрещивающимися прямыми, используя изображения правильного тетраэдра, куба; решать одну и ту же задачу различными методами, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Расстояния в пространстве (9 ч)

Расстояние между точкой и фигурой

Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Приемы нахождения расстояний • от точки до фигуры в пространстве.

Расстояние между двумя фигурами

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя параллельными плоскостями. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве.

Геометрические места точек в пространстве

Сфера. Цилиндрическая поверхность. Параллельные плоскости. Плоскость серединных перпендикуляров данного отрезка. Биссектор двугранного угла. Прямая центров всех сфер, проходящих через три неколлинеарные точки. Центр сферы, описанной около тетраэдра. Луч центров всех сфер, вписанных в трехгранный угол.

Основная цель:

• ввести понятие расстояния; между двумя точками; между точкой и фигурой; между двумя фигурами; изучить приемы нахождения этих расстояний;

• изучить связанные с расстояниями геометрические места точек в пространстве;

• формировать умения учащихся;

а) «видеть» и вычислять различные расстояния в пространстве, используя многогранники и многоугольники, расположенные в пространстве;

б) решать задачи метрического характера на нахождение расстояний, углов, площадей, используя куб, правильную пирамиду, правильный тетраэдр, параллелепипед, корректно аргументируя каждый шаг построения изображения, доказательной и вычислительной частей решения задачи;

• используя геометрические места точек в пространстве, осуществлять пропедевтическую работу по подготовке учащихся к решению содержательных задач в 11 классе при изучении многогранников и фигур вращения.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

• определение расстояния: от точки до прямой и до плоскости; между двумя параллельными плоскостями; между двумя скрещивающимися прямыми;

• основные геометрические места точек в пространстве;

• расстоянием от данной точки *М* до данной прямой а (до плоскости α), не проходящей через точку *М,* является длина отрезка перпендикуляра ***МН,*** опущенного из точки *М* на прямую а (на плоскость α);

• расстояние от тјчки *М* до сферы с центром ***О*** равно длине отрезка ***МК,*** где ***К***— точка пересечения луча ***ОМ*** с данной сферой;

• для нахождения расстояния от точки ***А*** до плоскости α пользоваться следующим фактом; если

прямая ***АВ*** пересекает плоскость α в точке ***О*** и известно расстояние **р(В;** α) от точки ***В*** до этой

плоскости, то ??𝜌(??,??)??𝜌(??,??)??=??𝑂𝐴??𝑂𝐵?? , т.е. 𝜌??𝐴,𝛼??=??𝑂𝐴??𝑂𝐵??·𝜌??𝐵,𝛼??;

• если прямая лежит в плоскости или ее пересекает, то расстояние между этой прямой и плоскостью равно нулю;

• если прямая параллельна плоскости, то расстояние между ними равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из любой точки данной прямой на данную плоскость;

• расстояние между двумя параллельными плоскостями равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из любой точки одной из этих плоскостей на другую;

• если две прямые а и *b* параллельны и лежат в параллельных плоскостях соответственно α и ***β,*** расстояние между которыми равно *h,* то возможны случаи:

1) перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой а на плоскость ***β,*** пересекает прямую ***b,*** тогда расстояние между прямыми а и ***b*** равно *h;*

2) перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой а на плоскость ***β,*** пересекает плоскость ***β*** в некоторой точке ***К,*** удаленной от прямой ***b*** на расстояние *т,* тогда расстояние между прямыми а и ***b*** равно $\sqrt{h^2+m^2}$.

• методы нахождения расстояния между двумя скрещивающимися прямыми, которые рассмотрены в предыдущем разделе;

уметь:

• «видеть в пространстве» расстояния от точки до прямой и до плоскости;

• грамотно выполнять аргументированные рисунки, верно изображал на рисунке перпендикуляр из точки на прямую или на плоскость;

• находить различные расстояния в пространстве, используя многогранники и многоугольники, расположенные в пространстве;
• корректно аргументировать каждый шаг построения изображения, доказательной и вычислительной частей решения задачи;

• пользоваться формулой $\rho??A,\alpha??=??OA??OB??\cdot\rho??B,\alpha??$, где $O = AB \cap \alpha$.

• находить расстояние между скрещивающимися прямыми ранее указанными тремя способами;
• решать стереометрические задачи на нахождение наименьшего (наибольшего) значений площади, объема геометрической фигуры, величина которых зависит от расстояния между скрещивающимися прямыми этих фигур, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Векторный метод в пространстве (10 ч)

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число) и их свойства.
Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некомпланарных вектора. Разложение вектора по трем некомгтланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве.
Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Признак перпендикулярности двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.

Основная цель:
• ввести понятия:
а) вектора, линейных операций над векторами и изучить их свойства;
б) векторного базиса в пространстве;
в) разложения вектора и его координат в данном базисе;
г) скалярного произведения двух векторов; изучить его свойства;
• формировать умения учащихся переводить условие геометрической задачи в векторную терминологию и символику (на «векторный язык»), затем грамотно (безошибочно) выполнять соответствующие алгебраические операции над векторами и, наконец, полученный в векторной форме результат верно переводить «обратно», на «язык чисто геометрический»;
• используя изображения куба, правильной пирамиды, правильного тетраэдра, параллелепипеда, формировать умения учащихся решать векторным методом задачи:
а) аффинного характера на взаимное расположение точек, прямых и плоскостей;
б) метрического характера на нахождение расстояний, углов, площадей.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен
знать/понимать:
• определение вектора;
• свойства линейных операций над векторами;
• определение скалярного произведения двух векторов и его свойства;
• признаки:
а) параллельности и перпендикулярности двух ненулевых векторов;
б) компланарности трех ненулевых векторов;
• чтобы векторным методом найти:
а) длину отрезка, в качестве базисных выбирают такие векторы, длины которых и углы между которыми уже известны;
б) величину угла, в качестве базисных выбирают векторы с известными отношениями их длин и известными углами между ними;
• для доказательства:

а) перпендикулярности прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей удобно пользоваться признаком перпендикулярности двух ненулевых векторов;

б) параллельности трех прямых некоторой одной плоскости, достаточно на каждой из этих прямых выбрать вектор и, используя признак компланарности трех векторов, доказать, что выбранные векторы компланарны;

уметь:

• грамотно (безошибочно) выполнять алгебраические операции над векторами;

• производить разложение вектора в данном базисе;

• переводить условие геометрической задачи в векторную терминологию и символику (на «векторный язык»), затем грамотно (безошибочно) выполнять соответствующие алгебраические операции над векторами и, наконец, полученный в векторной форме результат верно переводить «обратно», на «язык чисто геометрический»;

• доказывать векторным методом: параллельность трех прямых некоторой одной плоскости; перпендикулярность прямых и плоскостей;

• на изображениях куба, пирамиды, параллелепипеда векторным методом определять взаимное расположение точек, прямых и плоскостей, а также находить расстояния, углы, площади геометрических фигур, аргументировано обосновывая каждый шаг решения задачи.

Координатный метод в пространстве (10 ч)

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартовая система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах.

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках.

Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.

Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.

Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Основная цель:

• ввести понятие ортонормированного базиса в пространстве, пространственной декартовой прямоугольной системы координат, декартовых прямоугольных координат вектора и точки;

• в координатной форме:

а) ввести линейные операции над векторами;

б) представить скалярное произведение двух векторов, условие коллинеарности и перпендикулярности двух векторов, условие компланарности трех векторов;

• вывести уравнение плоскости, уравнение сферы, различные уравнения прямой;

• получить формулы:

а) вычисления угла между двумя векторами;

б) расстояния между двумя точками и деления отрезка в данном отношении;

в) вычисления угла между: двумя плоскостями; двумя прямыми; прямой и плоскостью;

г) вычисления расстояния от данной точки до данной

плоскости; -:

• формировать умения учащихся с помощью уравнений прямых и плоскостей решать аффинные и метрические задачи стереометрии, используя в качестве объектов изучения куб, прямоугольный параллелепипед, правильный тетраэдр, правильную пирамиду, сферу, шар.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен –

знать/понимать;

• в координатной форме:

а) выражение скалярного произведения и условие перпендикулярности двух векторов;

б) условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов;

в) формулу вычисления длины вектора и угла между двумя векторами;

г) формулу расстояния между двумя точками, деления отрезка в данном отношении;

• различные уравнения плоскости, сферы, прямой (для составления уравнения сферы достаточно знать координаты ее центра и радиус; для составления общего уравнения плоскости достаточно знать координаты *любой* ее точки и координаты *любого* вектора n, перпендикулярного этой плоскости); уравнения координатных плоскостей и координатных осей;

• формулу вычисления угла между; двумя плоскостями; двумя прямыми; прямой и плоскостью; условия их параллельности и перпендикулярности;

• формулу для вычисления расстояния от данной точки до данной плоскости;

уметь:

• в координатной форме:

а) находить длину вектора, расстояние между двумя точками и координаты точки, делящей данный отрезок в данном отношении;

б) вычислять скалярное произведение двух векторов и определять, перпендикулярны ли они; находить величину угла между двумя векторами;

в) определять, коллинеарны (компланарны) ли данные векторы;

• составлять уравнения: плоскости (для составления общего уравнения плоскости достаточно знать координаты *любой* ее точки и координаты *любого* вектора й, перпендикулярного этой плоскости); сферы (для составления уравнения сферы достаточно знать или найти координаты ее центра и радиус); прямой (для составления уравнений прямой достаточно знать или найти координаты *любой* ее точки и координаты *любого* ее направляющего вектора);

• по уравнениям прямых (плоскостей) видеть соответственно их направляющие векторы (векторы норма- лей) и находить величину угла между: двумя плоскостями; двумя прямыми; прямой и плоскостью; определять, параллельны (перпендикулярны) ли они;

• вычислять расстояние: от данной точки до данной плоскости (прямой); между параллельными плоскостями; между параллельными прямой и плоскостью;

• находить точку пересечения прямой и плоскости;

• с помощью уравнений прямых и плоскостей решать аффинные и метрические задачи стереометрии, используя в качестве объектов изучения куб, прямоугольный параллелепипед, правильный тетраэдр, правильную пирамиду, сферу, шар.

11 класс

Преобразования пространства (11 ч)

Отображения пространства. Определение преобразования пространства. Тождественное преобразование. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований.

Движения пространства: определение движения; ком- позиция движений. Общие свойства движений. движения первого и второго рода в пространстве. О равенстве фигур в пространстве. Свойства центральной симметрии пространства. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии. Центральная симметрия пространства — движение второго рода. Центрально-симметричные фигуры.

Симметрия относительно плоскости («зеркальная симметрия»): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости. Симметрия относительно плоскости — движение второго рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости.

Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Параллельный перенос — движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости параллельного переноса.

Скользящая симметрия. Скользящая симметрия — движение второго рода. Поворот вокруг оси. Свойства осевой симметрии и поворота вокруг оси. Осевая симметрия — движение первого рода. Зеркальный поворот. Зеркальный поворот — движение второго рода. Винтовое движение. Винтовое движение — движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости скользящей симметрии, осевой симметрии, зеркального поворота, винтового движения.

Взаимосвязь различных движений пространства. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений пространства.

Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и ее свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения. О подобии фигур в пространстве.

Основная цель:

• ввести определения: отображения и преобразования пространства; композиции преобразований; преобразования, обратного данному преобразованию;

• объяснить учащимся, что сущность понятия «геометрическое преобразование пространства» в геометрии, по сути, та же, что и сущность понятия «функция числового аргумента» в алгебре: геометрическое преобразование пространства можно рассматривать как своеобразную «геометрическую функцию», областью определения и множеством значений которой являются точечные множества — геометрические фигуры. При этом понятия «прообраз» и «образ» в теории геометрических преобразований являются аналогами понятий «значение аргумента» и «значение функции» в теории числовых функций;

• корректно доказать, что основополагающим является *свойство любого геометрического преобразования взаимно-однозначно отображать любую фигуру на ее образ, а пересечение любых двух фигур — на пересечение их образов при этом преобразовании.* Этот факт является одним из опорных моментов при решении геометрических задач методом геометрических преобразований;

е ввести определение движения пространства и его видов: центральной и осевой симметрии, симметрии относительно плоскости, вращения вокруг оси, параллельного переноса, скользящей симметрии, винтового движения, зеркального поворота, гомотетии и подобия; изучить свойства этих преобразований, их различные композиции;

• доказательно объяснить, что при любом движении пространства любая фигура отображается на равную ей фигуру;

• ввести определение гомотетии и подобия пространства, изучить их свойство отображать любую фигуру на фигуру такой же формы;

• формировать умение учащихся применять геометрические преобразования в качестве аппарата решения стереометрических задач на доказательство, построение и вычисление.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• определения: отображения и преобразования пространства; композиции преобразований; преобразования, обратного данному преобразованию;

• определения движения пространства и его видов: центральной и осевой симметрии, симметрии относительно плоскости, вращения вокруг оси, параллельного переноса, скользящей симметрии, винтового движения, зеркального поворота, гомотетии и подобия; изучить свойства этих преобразований, их различные композиции;

• любое геометрическое преобразование взаимнооднозначно отображает любую фигуру на ее образ, а пересечение любых двух фигур — на пересечение их образов при этом преобразовании;

• определение неподвижной фигуры при данном преобразовании;

• определение равенства двух преобразований;

• композиция двух преобразований, вообще говоря, не обладает свойством коммутативности (переместительности);

• при движении пространства любая фигура отображается на равную ей фигуру;

• ориентация любого тетраэдра или остается неизменной при данном движении (движении первого рода), или ориентацию любого тетраэдра это движение меняет (движение второго рода);

• определение равенства фигур на основе движений;

• определение фигуры, симметричной относительно точки, прямой, плоскости;

• . всякое движение можно разложить в композицию не более четырех зеркальных отражений;

• определение гомотетии и подобия пространства, изучить их свойства;

• при подобном преобразовании пространства: сохраняется величина угла; параллельные (перпендикулярные) прямые и плоскости отображаются на параллельные (перпендикулярные) прямые и плоскости; инвариантной является форма фигуры;
• подобие можно разложить в композицию движения и гомотетии с некоторым центром и таким же коэффициентом;
• определение подобных фигур на основе преобразования подобия;
• координатное выражение (формулы) геометрических преобразований пространства;

уметь:

• строить образы фигур при каждом преобразовании пространства конструктивно и пользуясь координатными формулами этих преобразований;
• видеть и корректно обосновывать существование:

а) неподвижной фигуры при каждом преобразовании пространства;

б) центра (плоскости, оси) симметрии данной геометрической фигуры;

в) движений, при которых данная фигура отображается на себя (самосовмещается);

• применять геометрические преобразования при решении стереометрических задач на доказательство, построение и вычисление, аргументировано обосновывая каждый шаг решения.

Многогранники (37 ч)

Определение многогранника и его элементов

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность.

Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлерова характеристика многогранника. Теорема Декарта-Эйлера для выпуклого многогранника (доказательство будет осуществлено в теме «Правильные многогранники»). Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равносоставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Основная цель:

• ввести определения: выпуклой и связной геометрической фигуры; внутренней и граничной точек геометрической фигуры, ее внутренности и границы; связной и ограниченной геометрической фигуры; геометрического тела и его поверхности; многогранника и его элементов — вершины, ребра, грани, диагонали, двугранных и трехгранных углов (замечая, что о многогранных углах отдельно речь пойдет позднее), при этом сообщается, что в школе *изучаются* лишь выпуклые многогранники -
• эмпирически установить, что для числа В вершин, числа Р ребер и числа Г граней любого выпуклого многогранника выполняется равенство В — Р + Г = 2, после чего формулируется теорема Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников (эта теорема доказывается позднее); использовать теорему Декарта-Эйлера для изучения свойств выпуклых многогранников; формировать умение учащихся строить:

а) изображения куба, прямого и наклонного параллелепипедов, правильной пирамиды (правильного тетраэдра);

б) изображения прямых и плоскостей, параллельных и перпендикулярных ребрам и граням данного многогранника;

в) сечения многогранников;

г) на изображении многогранника выделять его невидимые элементы штриховыми линиями;

д) определять («видеть») и вычислять углы между его ребрами и гранями, линейные углы двугранных углов между его гранями;

• ввести понятие объема тела; вывести формулу объема прямоугольного параллелепипеда, основываясь на утверждении: «если при пересечении двух тел плоскостями, параллельными одной и той же плоскости, в сечении этих тел любой из плоскостей получаются фигуры, площади которых относятся как *m : n,* то объемы данных тел относятся как *m : n*».

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• определения: выпуклой и связной геометрической фигуры; внутренней и граничной точек геометрической фигуры, ее внутренности и границы; связной и ограниченной геометрической фигуры; геометрического тела и его поверхности; многогранника, выпуклого многогранника и его элементов — вершины, ребра, грани, диагонали двугранных и трехгранных углов;

для числа В вершин, числа Р ребер и числа Г граней любого выпуклого многогранника выполняется равенство В Р + Г = 2 (теорема Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников);

уметь:

- в параллельной проекции строить:

а) изображения куба, прямого и наклонного параллелепипедов, правильной пирамиды (правильного тетраэдра);

б) изображения прямых и плоскостей, параллельных и перпендикулярных ребрам и граням данного многогранника;

в) сечения многогранников;

г) на изображении многогранника выделять его невидимые элементы штриховыми линиями;

д) определять («видеть») и вычислять углы между его ребрами и гранями, линейные углы двугранных углов между его гранями;

- строить развертки многогранников;
- пользоваться теоремой Декарта-Эйлера для определения одного из чисел В, Р и Г, если в данном многограннике известны два из них.

Призма и параллелепипед

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у n-угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхности призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм.

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Куб. Объем параллелепипеда. Построение плоских сечений призмы и параллелепипеда различными методами

Основная цель:

- ввести определение: призмы и ее элементов; прямой, наклонной, правильной призмы; изучить их свойства;
- ввести понятия:

а) призматической поверхности, призматического тела, их перпендикулярных сечений;

б) боковой и полной поверхности призмы;

- ввести определение параллелепипеда: наклонного, прямого, прямоугольного; куба;
- изучить свойства диагоналей параллелепипеда;
- вывести формулы вычисления площадей и объемов призмы, параллелепипеда;
- формировать умения учеников:

а) строить методом следов, методом внутреннего проектирования, комбинированным методом сечения приз- мы и параллелепипеда и вычислять площади этих сечений;

б) «видеть» на изображении призмы и параллелепипеда углы между его ребрами и гранями, линейные углы двугранных углов между его гранями;

в) решать задачи на вычисление: двугранных углов при ребрах призмы и параллелепипеда; площадей боковой, полной поверхностей и объема призмы и параллелепипеда, сопровождая каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацисй.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

- определения

а) призмы и ее элементов; прямой, наклонной, правильной призмы и их свойства;

б) перпендикулярного сечения призматической поверхности (призматического тела);

в) параллелепипеда (наклонного, прямого, прямоугольного), куба;

- различие между призмой и призматическим телом;
- свойства диагоналей параллелепипеда;
- если прямой параллелепипед не прямоугольный, то его сечением плоскостью, проходящей через противолежащие стороны оснований, является параллелограмм, но не прямоугольник;
- формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей, объема призмы;
- любое сечение призмы плоскостью, параллельной ее основанию, делит данную призму на две

призмы так, что отношение боковых поверхностей и отношение объемов этих призм равно отношению длин их боковых ребер;

• любое сечение призмы плоскостью, параллельной ее боковому ребру, делит данную призму на две призмы так, что отношение объемов этих призм равно отношению площадей их оснований;

• объем параллелепипеда можно находить тремя способами, принимая за основание этого параллелепипеда любую его грань, а за его высоту — расстояние между этой гранью и гранью, ей параллельной;

• любая плоскость, проходящая через середину диагонали параллелепипеда, делит этот параллелепипед на два равновеликих многогранника

уметь:

• строить «просторные» и «красивые» изображения прямой и наклонной призмы, прямого и наклонного параллелепипеда с последующими дополнительными построениями на этих изображениях; на изображении призмы и параллелепипеда:

а) выделять их невидимые элементы штриховыми линиями;

б) «видеть» углы между его ребрами и гранями, линейные углы двугранных углов между его гранями и уметь их вычислять, используя условие задачи;

• строить различными методами сечения призмы и параллелепипеда, вычислять площади этих сечений;

• решать задачи на вычисление площади боковой и полной поверхности, объема призмы и параллелепипеда, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления

<u>Трехгранные и многогранные углы</u>

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Трехгранный угол. Теорема о плоских углах трехгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла.

Основная цель:

• ввести понятие выпуклого многогранного угла, его вершины, грани, ребра, плоского угла при вершине;

• доказать теоремы о свойствах трехгранного угла;

• изучить теорему косинусов и теорему синусов для трехгранного угла.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• неравенство трехгранного угла: в трехгранном угле величина каждого плоского угла меньше суммы величин двух других его плоских углов;

• сумма величин всех плоских углов выпуклого многогранного угла меньше $360°$;

• теорему косинусов и теорему синусов для трехгранного угла;

• сечением многогранного выпуклого угла плоскостью, проходящей через его внутреннюю точку и пересекающей все его ребра, является выпуклый многоугольник;

• множество всех точек пространства, лежащих внутри трехгранного угла и равноудаленных от его граней, есть луч прямой пересечения биссекторных плоскостей двугранных углов этого трехгранного угла;

уметь:

• находить расстояние от вершины угла до точки, расположенной внутри угла и равноудаленнной на данное расстояние от его: а) граней; б) ребер, аргументировано обосновывая каждый шаг построения и вычисления;

• находить величину угла:

а) который образует с плоскостью грани трехгранного угла луч с началом в его вершине, лежащий внутри этого угла и составляющий со всеми его гранями равные углы; б) который образует с ребром многогранного угла луч с началом в вершине угла, лежащий внутри этого угла и составляющий со всеми его ребрами равные углы.

<u>Пирамида</u>

Определение пирамиды и ее элементов. Количество вершин, ребер и граней у n-угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые ребра которой равны между собой (все боковые ребра пирамиды образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, две несоседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с ребрами основания, выходящими из одной вершины.

Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды. Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Объем пирамиды и формулы его вычисления. Формула вычисления объема усеченной пирамиды.

Тетраэдры. Об объеме тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр (тетраэдр, все грани которого равны). Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания.

Формула $V = a \cdot b \cdot \rho(a,b) \cdot \sin\varphi$ вычисления объема тетраэдра, где а и b — длины двух скрещивающихся ребер тетраэдра, φ — угол между прямыми, содержащими эти ребра, р(а; *b)* — расстояние между этими прямыми.

Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы.

Основная цель:

• ввести определение пирамиды, усеченной пирамиды и их элементов;

• вывести формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей, объема пирамиды и усеченной пирамиды;

• изучить некоторые частные виды пирамид; свойства тетраэдра;

• ввести определение правильной пирамиды, изучить ее свойства;

• изучить свойства параллельных сечений пирамиды;

• формировать умения учащихся:

а) верно и наглядно изображать правильные пирамиды, частные виды пирамид; целенаправленно вырабатывать у учащихся привычку начинать изображения правильных и частных видов пирамид с изображения их оснований;

б) строить сечения различных пирамид различными методами и находить площади полученных сечений, аргументировано объясняя каждый «шаг решения»;

в) находить площади боковой и полной поверхностей, объем различных видов пирамид, корректно аргументируя каждый «шаг решения».

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• в школе изучаются только выпуклые многогранники, поэтому основаниями и сечениями изучаемых пирамид являются выпуклые многоугольники;

• определение пирамиды, усеченной пирамиды, правильной пирамиды и их элементов;

• формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей, объема пирамиды и усеченной пирамиды;

• свойства параллельных сечений пирамиды;

• свойства тетраэдра;

• двугранным углом при ребре пирамиды является содержащий эту пирамиду двугранный угол, образовануый плоскостями тех граней, в которых расположено данное ребро;

• любая грань тетраэдра может быть принята за его основание;

• любой выпуклый многогранник, в том числе, и любую пирамиду, можно разбить на некоторое число тетраэдров;

• тетраэдр, все высоты которого пересекаются в одной точке, называется ортоцентрическим, а тетраэдр, все грани которого - равные треугольники, называется равногранным; в *равногранном тетраэдре сумма плоских углов при любой его вершине равна* $180°$;

• правильный тетраэдр является ортоцентрическим и равногранным;

• если боковое ребро пирамиды образует равные углы с пересекающимися с ним ребрами основания, то *ортогональная проекция вершины такой пирамиды на ее основание принадлежит биссектрисе угла,* образованного этими ребрами основания;

• если два боковых ребра пирамиды равны между собой, то *вершина такой пирамиды проектируется на серединный перпендикуляр отрезка, соединяющего основания равных боковых ребер;*

• *свойства правильной пирамиды:* все боковые ребра равны, а все боковые грани — равные равнобедренные треугольники; все боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы, а все боковые грани — равные двугранные углы;

• *признаки правильной пирамиды:*

а) все ее боковые ребра равны;

б) все ее боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы;

в) все ее боковые грани — равные треугольники;

• если все двугранные углы при ребрах основания пирамиды равны φ, то $S_{бок.} = \dfrac{S_{осн.}}{\cos\varphi}$

• объем тетраэдра ***PABC*** находится по формуле: $V = AC \cdot BP \cdot \rho \cdot \sin\varphi$, где ρ и φ — соответственно расстояние и величина угла между ребрами ***AC, BP;***

• объемы тетраэдров:

а) с равными основаниями относятся как длины их высот, опущенных на эти основания;

б) с равными высотами относятся как площади их оснований;

в) имеющих равные трехгранные углы, относятся как произведения длин ребер, образующих эти углы;

• если:

а) все боковые ребра пирамиды равны между собой, то ортогональной проекцией вершины пирамиды является центр окружности, описанной около ее основания; в частности, если основанием такой пирамиды является прямоугольный треугольник, то ортогональной проекцией вершины этой пирамиды на ее основание служит середина гипотенузы треугольника-основания;

б) все двугранные углы пирамиды при ребрах ее основания равны между собой, то ортогональной проекцией вершины такой пирамиды на ее основание является центр окружности, вписанной в это основание;

в) ровно одна боковая грань пирамиды перпендикулярна плоскости ее основания, то ортогональной проекцией вершины такой пирамиды на ее основание является точка прямой, проходящей через сторону этой боковой грани

г) две соседние боковые грани пирамиды перпендикулярны плоскости ее основания, то высотой такой пирамиды является общее боковое ребро данных боковых граней; д) две не соседние боковые грани пирамиды перпендикулярны. плоскости ее основания, то основанием высоты такой пирамиды является точка пересечения прямых, содержащих стороны основания пирамиды, лежащие в этих перпендикулярных гранях;

уметь: -

• верно и наглядно изображать:

а) правильные пирамиды;

б) пирамиду, все боковые ребра которой образуют равные углы с плоскостью ее основания (все боковые ребра пирамиды равны между собой);

в) пирамиду, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой;

г) пирамиду, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания;

д) пирамиду, две соседние (две не соседние) боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания;

• строить сечения различных видов пирамид различными методами и находить площади полученных сечений, аргументировано объясняя каждый «шаг решения»;

• находить площади боковой и полной поверхностей, объем различных видов пирамид (в том числе, усеченных), корректно аргументируя каждый «шаг решения».

<u>Правильные многогранники</u>

Доказательство теоремы Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объемов правильных многогранников. Решение задач на все виды правильных многогранников. *Основная цель:*

• доказать теорему Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников;

• ввести понятие правильного многогранника;

• доказать теорему о существовании пяти типов правильных многогранников;

• изучить свойства правильных многогранников;

• формировать умения учащихся верно и наглядно изображать правильные многогранники, строить их развертки и склеивать модели;

• формировать умения учащихся:

а) строить сечения правильных многогранников различными методами и находить площади полученных сечений, аргументировано объясняя каждый «шаг решения»;
б) находить площади боковой и полной поверхностей, объем различных правильных многогранников, корректно аргументируя каждый «шаг решения».
В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• доказательство теоремы Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников;
• определение правильного многогранника;
• доказательство теоремы о существовании пяти типов правильных многогранников;
• свойства правильных многогранников;

уметь:

• верно и наглядно изображать правильные многогранники, строить их развертки и склеивать модели;
• строить сечения правильных многогранников различными методами и находить площади полученных сечений, аргументировано объясняя каждый «шаг решения»;
• находить площади боковой и полной поверхностей, объем различных правильных многогранников, корректно аргументируя каждый «шаг решения».

Фигуры вращения (24 ч)

<u>Цилиндр и конус</u>

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность вращения. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объема цилиндра.

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.

Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса.

Основная цель:

• ввести определения: цилиндра вращения и конуса вращения, их элементов; основания, высоты, оси, образующей, радиуса основания; перпендикулярного сечения; боковой и полной поверхностей;
• вывести формулы вычисления площади боковой и полной поверхностей, объема цилиндра и конуса;
• формировать умения учащихся верно и наглядно изображать призмы, пирамиды, правильные многогранники, вписанные в цилиндр и конус; корректно аргументировать. утверждения, возникающие по ходу решения задачи на комбинацию многогранников с цилиндрами и конусами.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать*

• определение цилиндра и конуса вращения, их элементов; основания, высоты, оси, образующей, радиуса основания; перпендикулярного сечения; боковой и полной поверхностей;
• любое перпендикулярное сечение цилиндра (конуса) есть круг, а перпендикулярное сечение боковой поверхности цилиндра — окружность; Центры этих окружностей и кругов — точки пересечения секущих плоскостей и оси цилиндра (конуса);
• осевым сечением цилиндра вращения является прямоугольник, стороны которого равны диаметру основания и образующей цилиндра; осевым сечением конуса — равнобедренный треугольник, основанием которого служит диаметр основания конуса;
• формулы вычисления площади боковой и полной поверхностей, объема цилиндра и конуса;
• любая плоскость, проведенная через середину оси цилиндра, разбивает этот цилиндр на два равновеликих тела, объем каждого из которых может быть вычислен по

формуле: $V = \frac{1}{2}\pi \cdot R^2 \cdot (a+b)$, где a и b — длины отрезков, на которые образующая цилиндра делится секущей плоскостью;

• при решении задачи, в которой дан правильный многогранник, вписанный в конус, достаточно изобразить сечение этих фигур плоскостью, проходящей через ось конуса и диагональ основания многогранника, тогда решение данной стереометрической задачи сводится к решению задачи планиметрической;

уметь:

• выводить формулы вычисления площади боковой: и полной поверхностей, объема цилиндра и конуса;
• строить изображения; цилиндра и конуса; правильных призм и пирамид, вписанных в цилиндр и конус;
• корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения задачи на комбинацию многогранников с цилиндрами и конусами.

Сфера и шар

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы и шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости. Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около них. Шары и сферы, вписанные в двугранный угол и многогранный угол. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.

Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя. *Основная цель:*

• ввести определение сферы и шара, их радиуса и диаметра;
• вывести: уравнение сферы и неравенство шара; формулы вычисления площади поверхности и объема шара, шаровых пояса, сектора сегмента;
• формировать умение учащихся:

а) верно и наглядно изображать сферу в комбинации с многогранниками, цилиндром и конусом;

б) корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения задачи на комбинацию сферы (шара) с многогранниками, цилиндром; конусом и другими сферами (щарами).

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен *знать/понимать:*

• если сечение сферы диаметральной плоскостью изображено в виде эллипса, то концы диаметра сферы, перпендикулярного этой плоскости, находятся не на окружности (абрисе), «изображающей сферу, а внутри круга этой окружности;
• плоскость, касательная к сфере, перпендикулярна радиусу, проведенному в точку их касания;
• если прямая а касается сферы в точке *М,* то эта прямая касается в точке *М* той окружности большого круга, которая является сечением сферы и диаметральной плоскости, проходящей через прямую а;
• если расстояние *d* от центра шара (сферы) до данной плоскости меньше радиуса *R* шара (сферы), то пересечением шара (сферы) с плоскостью является круг (окружность). Центром этого круга (этой окружности) является основание перпендикуляра, проведенного из центра шара (сферы) на данную плоскость, или сам центр шара (сферы), если плоскость проходит через этот центр. Радиус ***r*** сечения равен $r = \sqrt{R^2 - d^2}$;
• если расстояние от центра шара (сферы) до данной плоскости равно радиусу шара (сферы), то плоскость касается шара (сферы);
•диаметр шара (сферы), делящий его хорду пополам, перпендикулярен этой хорде;
• отрезки всех касательных прямых, проведенных к шару из одной расположенной вне шара точки, равны между собой;

• произведение длин отрезков хорд шара, проходящих через одну и ту же внутреннюю точку шара, есть величина постоянная (равная $R^2 - d^2$, где R — радиус шара, d — расстояние от центра шара до данной точки);
• если из одной и той же точки вне шара проведены к нему секущая и касательная, то произведение длины отрезка всей секущей на длину отрезка ее внешней части равно квадрату длины отрезка касательной (и равно $d^2 - R^2$, где **R** — радиус шара, d — расстояние от центра шара до данной точки);
• определение сферы, вписанной в двугранный и многогранный угол;
• множество всех точек двугранного угла, равноудаленных от его граней, есть биссекторная полуплоскость этого угла; в ней лежат центры всех сфер, вписанных в этот угол; множество всех точек пространства, лежащих внутри трехгранного угла и равноудаленных от его граней, есть луч прямой пересечения биссекторных полуплоскостей двугранных углов этого трехгранного угла. На этом луче лежат центры всех сфер, вписанных в трехгранный угол;
• если сфера радиуса *m* вписана в трехгранный угол, все плоские углы которого прямые, то для расстояния *m* от центра сферы до ребра трехгранного угла справедливо m=r$\sqrt{2}$, а для расстояния d

от центра этой сферы до вершины трехгранного угла выполняется: d=r????3??• определения сферы

и шара, вписанных в многогранник и описанных около него;
• чтобы около многогранника можно было описать сферу (шар), необходимо, чтобы около любой его грани можно было описать окружность (круг), при этом центр описанной сферы (описанного шара) проектируется в центр описанной около любой грани окружности (описанного круга); перпендикуляр, опущенный из центра описанной около многогранника сферы (описанного шара) на ребро многогранника, делит это ребро, как хорду сферы (шара), пополам;
• нельзя описать сферу около любой наклонной призмы;
• радиус сферы, вписанной в призму, равен радиусу окружности, вписанной в основание призмы;
• все высоты правильного тетраэдра проходят через центр описанной около него (вписанной в него) сферы;
• в цилиндр можно вписать сферу тогда и только тогда, когда он равносторонний;
• при решении задачи на комбинацию сферы и конуса (цилиндра) использовать сечения комбинации сферы и конуса (цилиндра) диаметральной плоскостью сферы, содержащей ось конуса (цилиндра);
• при решении задачи, в которой даны две, три и более попарно касающиеся сферы, удобно «привлекать на помощь» треугольник или тетраэдр с вершинами в центрах данных сфер;

уметь:

• выводить формулы вычисления площади поверхности и объема шара, шаровых пояса, сектора, сегмента;
• векторно-координатным методом решать задачи на комбинации сферы с многогранниками;
• верно и наглядно изображать сферу в комбинации с многогранниками, цилиндром, конусом и другими сферами;
• корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения задачи на комбинацию сферы (шара) с многогранниками, цилиндром, конусом и другими сферами (шарами).

Информационное обеспечение программы

Литература

1. Геометрия. 10 кл.: Учеб. Для общеобразовательных учреждений с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. – М.: Дрофа, 2003-2013
2. Геометрия. 11 кл.: Учеб. Для общеобразовательных учреждений с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. – М.: Дрофа, 2003-2013
3. Геометрия. 10 кл.: Задачник для общеобразовательных учреждений с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. – М.: Дрофа, 2003-2013

4. Геометрия. 11 кл.: Задачник для общеобразовательных учреждений с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. – М.: Дрофа, 2003-2013
5. Геометрия. 10 кл.: Методическое пособие к учебнику Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича «Геометрия. 10 класс» / – М.: Дрофа, 2003-2013
6. Геометрия. 11 кл.: Методическое пособие к учебнику Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича «Геометрия. 11 класс» / – М.: Дрофа, 2003-2013
7. Геометрия 10-11 к. Профильный уровень : программа УМК Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича для общеобразовательных учреждений / Е.В. Потоскуев. – М.: Дрофа, 2010.

Примерное почасовое планирование

10 класс

(3 ч в неделю, всего 102 ч)

Введение в стереометрию (уроки 1—8)

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, призма, пирамида, сфера и шар. Основные понятия стсреометрии. Аксиомы стереометрии. Аксиомы стереометрии в задачах на доказательство и построение с использованием моделей и изображений куба, тстраэдра, пирамиды. (1 ч)

Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащуо на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные црямые. Решение задач на применение аксиом стереометрии и их следствий с использованием моделей и изображений куба, параллелепипеда,пирамиды. (2ч)

Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей. Решение конструктивных и вычислительных задач с использованием изображений многоугольников, куба, тетраэдра. (2ч)

Решение задач стереометрии на доказательство, построение, вычисление. Построение сечений куба, тетраэдра, пирамиды. Вычисление площадей этих сечений. (2ч) Графическая работа №1. Тема: Следствия из аксиом стереометрии. *Замечание.* Графическая работа №1 может быть предложена учащимся в качестве специального домашнего задания.

Контрольная работа №1(1ч)

Прямые в пространстве (уроки 9—16)

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрешивающихся прямых. Решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве с использованием моделей и изображений многогранников (2 ч)

Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых. Параллельные прямые в задачах на доказательство, построение и вычисление.(1 ч)

Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми. Решение задач на вычисление углов между прямыми в пространстве с использованием изображений куба, правильного тетраэдра, а также многоугольников, расположенных в различных плоскостях. (1 ч)

Решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве. Изображение (проведение) на плоскости (в тетради) прямой, проходящей в пространстве через данную точку: а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой; в) скрещиваюшейся с данной прямой (на изображениях куба, правильного тетраэдра). Число решений задачи на построение…(2 ч).

Повторение теоретического материала о взаимном расположении двух прямых в пространстве в задачах на доказательство, построение, вычисление (1 ч)

Контрольная работа №2 (1 ч)

Прямая и плоскость в пространстве (уроки 17—43)

Параллельные прямая и плоскость

(уроки 17—25)

Определение параллельных прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Решение задач на доказательство с использованием признака параллельности прямой и плоскости. Решение конструктивных задач стереометрии о проведении через данную точку: а) прямой, параллельной данной плоскости; б) плоскости, параллельной данной прямой. (2 ч)

Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой. Решение задач на свойства параллельных прямой и плоскости с использованием изображений параллелепипеда, куба, пирамиды. (3 ч)

Решение задач на построение сечений параллелепипеда, куба, тетраэдра плоскостью: а) параллельной данной прямой; б) параллельной данной плоскости. Вычисление площадей построенных сечений. (2 ч)

Повторение теории о параллельности прямых и плоскостей в задачах на доказательство, построение и вычисление (2 ч)

<u>Перпендикулярные прямая и плоскость</u>

(уроки <u>26—34)</u>

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Решение задач на доказательство, построение и вычисление с использованием признака перпендикулярности прямой и плоскости. (2 ч)

Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная). Решение задач на доказательство, построение и вычисление с использованием признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах (2 ч)

Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Решение задач на свойства перпецдикулярных прямых и плоскостей. (2 ч)

Построение: а) плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данной прямой; б) прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данной плоскости. Проведение взаимно перпендикулярных прямых и плоскостей на изображениях куба, правильного тетраэдра, прямоугольного параллелепипеда. Вычисление расстояний, площадей сечений куба, правильного тетраэдра. (2 ч)

Контрольная работа № 3. (1 ч)

<u>Угол между прямой и плоскостью (</u>уроки <u>35—43)</u>

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения. Решение задач на нахождение угла между прямой и плоскостью с использованием изображений куба, правильного тетраэдра, правильной пирамиды. (3ч)

Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства. Решение задач. (3ч)

Повторение теории о взаимном расположении прямых и плоскостей в задачах на доказательство, построение и вычисление. (3ч)

Плоскости в пространстве (уроки 44—60)

<u>Параллельные плоскости (уроки 44—51)</u>

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей. Решение задач на признак параллельности двух плоскостей с использованием изображений многогранников. (2ч)

Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей: Решение задач на доказательство, вычисление, построение сечений многогранников. (2 ч)

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве. Решение конструктивных задач, задач на доказательство и вычисление. (1 ч)

Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной к одной из двух параллельных плоскостей. Решение задач (1 ч)

Повторение в задачах материала о параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей с использованием изображений многогранников. (1 ч)

Графическая работа № 2. Тема: Параллельность в пространстве. *Замечание.* Графическая работа № 2 может быть предложена учащимся в качестве специального домашнего задания. (1 ч)
Контрольная работа №4 (1 ч)

Угол между двумя плоскостями (урок 52)

Двугранный. угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями. Решение задач с использованием правильных многогранников и многоугольников, не лежащих в одной плоскости. (1 ч)

Перпендикулярные плоскости (уроки 53—60)

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Решение задач на определение и признак перпендикулярных плоскостей, используя изображения правильного тетраэдра, правильной пирамиды, куба. (Iч)

Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Решение задач на свойства перпендикулярных плоскостей (2 ч)

Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Решение задач на нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми, используя изображения правильного тетраэдра, куба (2ч)

Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника и ее значение при решении задач на нахождение: а) площади основания многогранника; б) площади сечения многогранника; в) двугранного угла при ребре многогранника; г) угла между плоскостями основания и сечения многогранника. Решение задач. (1 ч)

Повторение теории о двугранных углах и углах между плоскостями в задачах на доказательство, построение и вычисление. (1 ч)

Графическая работа №3. Тема: Перпендикулярность в пространстве. З***амечание.*** Графическая работа УФ 3 может быть предложена учащимся в качестве специального домашнего задания.
Контрольная работа № 5. (1 ч)

Расстояниям пространстве (уроки 61—69)

Расстояние между точкой и фигурой (уроки 61—62)

Расстояние мёжду двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве. Решение задач на построение перпендикуляров, проведенных из вершин изображенного правильного тетраэдра (куба) к его ребрам, граням, плоским сечениям; вычисление длин этих перпендикуляров. (2 ч)

Расстояние между двумя фигурами (уроки 63—65)

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве. Решение задач на нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми, содержащими ребра правильного тетраэдра, диагонали куба. (3 ч)

Геометрические места точек в пространстве (уроки 66—69)

Геометрические места точек пространства, связанные с расстояниями. Повторение теории в задачах на нахождение расстояний от данной точки до: а) вершин и сторон данного многоугольника (треугольника), плоскость которого не содержит данную точку; б) граней данного двугранного угла; в) ребер и граней данного куба (правильного тетраэдра); г) построенного сечения данного многогранника. (З ч)

Контрольная работа №6. (1 ч)

Уроки обобщения пройденного материала о параллельности, перпендикулярности, углах и расстояниях в пространстве (уроки 70—72). (Зч)

Векторный метод в пространстве (уроки 73—82)

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вьтчитание, умножение вектора на скаляр) и их свойства. Линейные операции над векторами в задачах с использованием многогранников. Решение геометрических задач векторным способом. (2 ч)

Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некомпланарных вектора. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве. Коллинеарность двух и компланарность трех векторов в геометрических задачах с многогранниками (2ч)

Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Признак перпендикулярности двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о тех перпендикулярах. Векторное решение геометрических задач на доказательство перпендикулярное-ти прямых и плоскостей, на вычисление углов между прямыми и плоскостями с использованием изображений куба, правильного тетраэдра, правильной пирамиды. (Зч)

Решение геометрических задач векторным методом. (2 ч)

Контрольная работа №7. (1 ч)

Координатный метод в пространстве (уроки 83—92)

Ортонормированный базис в пространстве., Прямоугольная декартовая система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах. Решение задач. (I ч)

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах. Решение задач. (1 ч)

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравёнства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрации. Уравнение плоскости в отрезках. Формула расстояния от точки до плоскости. Решение геометрических задач координатным и векторно-координатным методами. (З ч)

Угол между двумя плоскостями в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах. Решение задач. (1 ч)

Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Решение задач. (2 ч)

Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Решение задач. (1 ч)

Контрольная работа **№** 8. (1 ч)

Повторение (уроки 93—102): теория, практикум по решению задач планиметрии и стереометрии. Устный зачет. (8ч)

Итоговая контрольная работа № 9. (2 ч)

11 Класс

(3 ч в неделю, всего 102 ч)

Преобразования пространства (уроки 1—11)

Отображения пространства. Определение преобразования пространства. Тождественное преобразование. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований. Решение задач (1 ч)

Движения пространства: определение движения; ком- позиция движений. Общие свойства движений. Движения первого и второго рода в пространстве. О равенстве фигур в пространстве. Свойства центральной симметрии пространства. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии. Центральная симметрия пространства — движение второго рода. Центрально-симметричные фигуры. Решение задач. (I ч)

Симметрия относительно плоскости («зеркальная симметрия»): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости. Симметрия относительно плоскости — движение второго рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости. Решение задач. (2ч)

Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Параллельный перенос — движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости параллельного переноса. Решение задач (1 ч)

Скользящая симметрия. Скользящая симметрия — движение второго рода. Поворот вокруг оси. Свойства осевой симметрии и поворота вокруг оси. Осевая симметрия — движение первого рода. Зеркальный поворот. Зеркальный поворот=- движение второго рода. Винтовое движение. Винтовое движение — движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости скользящей симметрии, осевой симметрии, зеркального поворота, винтового движения. Решение задач. (I ч)

Взаимосвязь различных движений пространства. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений пространства. Решение задач. (1 ч)

Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и ее свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения. О подобии фигур в пространстве. Решение задач. (1 ч)

Повторение материала о преобразованиях пространства, используя координатный метод, тетраэдр, куб при решении задач. (1 ч)

Контрольная работа № 1. (2 ч)

Многогранники (уроки 12—48)

Определение многогранника и его элементов (уроки 12—15)

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность. (1 ч)

Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлерова характеристика многогранника. Теорема Декарта-Эйлера для выпуклого многогранника (доказательство будет осуществлено в теме «Правильные многогранники»). Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. Решение задач. (1 ч)

О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равно- великие и равносоставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда. Решение задач. (2 ч)

Призма и параллелепипед (уроки 16—21)

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у n-угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхности призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм. Построение сечений призмы различными плоскостями; вычисление площадей этих сечений. Решение задач на вычисление: а) двугранных углов при ребрах призмы; б) площадей боковой, полной поверхностей и объема призмы (2 ч)

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда. Построение плоских сечений параллелепипедов различными методами. Вычисление площадей этих сечений. Решение задач на вычисление: а) двугранных углов при ребрах основания наклонного параллелепипеда; б) угла наклона бокового ребра к плоскости основания; б) площадей боковой, полной поверхностей и объема параллелепипеда. (3 ч)

Контрольная работа № 2. (2 ч)

Трехгранные и многогранные углы (уроки 23—27)

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Многогранные углы при вершинах многогранников. Трехгранный угол. Теорема о плоских углах трехгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов вышуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла. Решение задач. (5ч)

Пирамида (уроки 28—40)

Определение пирамиды и ее элементов. Количество вершин, ребер и граней у n-угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые ребра которой равны между собой (все боковые ребра пирамиды образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, две несоседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с ребрами основания, выходящими из одной вершины. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Решение задач на все виды пирамид. (3 ч)

Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды. Повторение материала о пирамидах в задачах на доказательство, построение и вычисление. (2 ч)

Контрольная работа № 3 (2ч).

Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной усеченной пирамиды. Объем пирамиды и формулы его вычисления. Формула вычисления объема усеченной пирамиды. Решение задач. (2 ч)

Тетраэдры. Об объеме тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр (тетраэдр, все грани которого равны). Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания. Формула $V = a \cdot b \cdot \rho(a,b) \cdot \sin\varphi$ вычисления объема тетраэдра, где а и *b* — длины двух скрещивающихся ребер тетраэдра, φ — угол между прямыми, содержащими эти ребра, р(а; *b)* — расстояние между этими прямыми. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы. (1 ч)

Повторение материала о пирамидах и правильных многогранниках в задачах на доказательство, построение и вычисление. (3 ч)

<u>Правильные многогранники (уроки 41—46)</u>

доказательство теоремы Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объемов правильных многогранников. Решение задач на все виды правильных многогранников. (4 ч)

Контрольная работа № 4. (2 ч)

Фигуры вращения (уроки 49—72)

<u>Цилиндр и конус (уроки 49—58)</u>

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность. вращения. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру**.** Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объема цилиндра. Решение задач. (2ч)

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус. Решение задач. (2 ч)

Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса. (2ч)

Повторение материала о цилиндрах, конусах, их комбинациях с вписанными и описанными многогранниками при решении задач на доказательство, построение и вычисление. (2 ч)

Контрольная работа № 5 (2 ч)

<u>Сфера и шар (уроки 59—72)</u>

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы и шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости. (Урок-лекция.) (1 ч)

Решение задач на: а) сферу, проходящую через вершины данного треугольника; б) сферу, касающуюся сторон данного треугольника; в) взаимное расположение сферы и двух параллельных плоскостей; г) сферу и двугранный угол; д) пересекающиеся сферу и куб; е) пересекающиеся сферу и призму; ж) пересекающиеся сферу и пирамиду. (2 ч)

Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около них. Шары и сферы, вписанные в двугранный угол и многогранный угол. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них. (Урок-лекция.) (I ч)

Решение задач на: а) комбинации сферы (шара) и цилиндра; б) комбинации сферы (шара) и конуса; в) сферу и шар, описанные около куба и вписанные в него; г) сферу и шар, описанные около призмы и вписанные в нее; д) сферу и шар, вписанные в правильный тетраэдр и описанные около него; е) сферу и шар, описанные около пирамиды и вписанные в нее; ж) комбинации двух сфер (шаров) и куба; з) комбинации трех сфер и тетраэдра. (3 ч)

Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя. (Урок-лекция.) (1 ч)

Решение задач на: а) вычисление площадей поверхностей шара и его частей; б) вычисление объема шара и его частей (2ч)

Повторение материала о комбинациях сфер, шаров и многогранников при решении задач. (2 ч)

Контрольная работа № 6. (2ч)

Повторение (уроки 73—102): теория, практикум по решению задач стереометрии, проведение 2-х часовых обобщающих контрольных работ № 7 и № 8, изучение избранных тем «Дополнения». (30 ч)