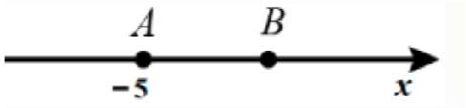
Входная олимпиада ШЮМ. 7 класс.

Задача 1. а) **(1 балл) Вычислите:** $\frac{19}{28} : (3\frac{5}{6} - 2\frac{13}{14})$.

Задача 2. а) **(1 балл)** На чертеже изображены точки A и B. Треть расстояния между ними равна 7. Найдите координату точки B.



Задача 3. а) **(1 балл)** Малыш и Карлсон делили торт. Малышу досталось меньше половины. Массы съеденных кусков относились как 9:11. Найдите массу куска, съеденного Малышом, если весь торт весил 1,1 кг. Ответ запишите в граммах.

Задача 4. а) **(1 балл)** Вася решил раздать четырём друзьям 50 конфет. Никите он дал на две конфеты больше, чем Кириллу, Борису на одну больше, чем Никите, а Славе — на две больше, чем Борису. Сколько конфет достанется Славе?

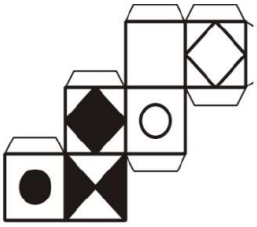
Задача 5. (1 балл) Найдите площадь прямоугольника (см. рис.), составленного из квадратов, если его периметр равен 34 см.

Задача 6. а) **(1 балл)** Оля купила 30 мелков. Каждый день она рисовала какими-то тремя из них. Если она брала мелок пятый раз, то она его выкидывала. В итоге все мелки были выкинуты. За сколько дней?

Задача 7. а) **(1 балл)** Изготовление блокнотов в типографии «Люкс» стоит 68 рублей за штуку, а доставка - 190 рублей. А в типографии «Некст блокноты изготавливают по 55 рублей за штуку, доставка стоит 490 рублей. При каком наименьшем количестве блокнотов выгоднее делать заказ (с доставкой) в типографии «Некст»?

Задача 8. а) **(2 балла)** В январе за горячую воду Петя заплатил 800 рублей. В феврале цена за литр увеличилась на 20%, а литров Петя потратил меньше на 30%. Сколько рублей заплатил Петя за февраль?

Задача 9. (2 балла) Какие пирамидки, составленные из 4 одинаковых кубиков (см. развертку), нельзя сложить, приклеивая кубики одинаковыми гранями? В ответ запишите все варианты.



А **Б** **В** **Г**

Задача 10. а) **(2 балла)** Найдите наибольшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, такое, что соседние цифры имеют разную четность и отличаются больше, чем на 1.

Задача 11 (2 балла) На полянке собрались божьи коровки. Если у божьей коровки на спине 6 точек, то она всегда говорит правду, а если 4 точки - то она всегда лжет, а других божьих коровок на полянке не было.

Первая божья коровка сказала: «У нас у каждой одинаковое количество точек на спине».

Вторая сказала: «У всех вместе на спинах 30 точек».

«Нет, у всех вместе 26 точек на спинах», - возразила третья.

«Из этих троих ровно одна сказала правду», - заявила каждая из остальных божьих коровок.

Сколько всего божьих коровок собралось на полянке?

Задача 12. а) (2 балла) Сколькими способами можно заменить буквы в слове МАТЕМАТИКА цифрами от 0 до 5 так, чтобы выполнялись неравенства М > А < Т < Е > М > А < Т > И > К > А? Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры.

Задача 13. (2 балла) Как разрезать квадрат со стороной 4 см на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25 см?

Задача 14. (2 балла) Пятизначное число, в записи которого нет нулей, делится на 54. Из него вычеркнули одну цифру, и получилось четырёхзначное число, делящееся на 54. Из этого четырехзначного числа тоже вычеркнули одну цифру – получилось трехзначное число, делящееся на 54. Наконец, после вычеркивания ещё одной цифры, получилось число 54. Найдите исходное число.

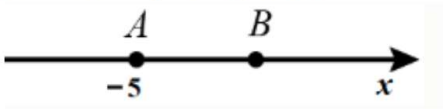
Задача 15. (3 балла) По данным опроса, проведенного в 7 "Е" классе, выяснилось, что 20% учеников, интересующихся математикой, интересуются еще и физикой, а 25% учеников, интересующихся физикой, интересуются также и математикой. И только Пете с Васей не интересен ни один из этих предметов. Сколько человек в 7 "Е", если известно, что их больше 20, но меньше 30?

Решения диагностической работы ШЮМ. 7 класс.

Задача 1. а) **(1 балл) Вычислите:** $\frac{19}{28}:(3\frac{5}{6}-2\frac{13}{14})$.

Ответ: 0.75 = ¾

Задача 2. а) **(1 балл)** На чертеже изображены точки А и В. Треть расстояния между ними равна 7. Найдите координату точки В.



Ответ: 16

Задача 3. а) **(1 балл)** Малыш и Карлсон делили торт. Малышу досталось меньше половины. Массы съеденных кусков относились как 9:11. Найдите массу куска, съеденного Малышом, если весь торт весил 1,1 кг. Ответ запишите в граммах.

Ответ: 495

Задача 4. а) **(1 балл)** Вася решил раздать четырём друзьям 50 конфет. Никите он дал на две конфеты больше, чем Кириллу, Борису на одну больше, чем Никите, а Славе — на две больше, чем Борису. Сколько конфет достанется Славе?
Ответ: 15

Задача 5. (1 балл) Найдите площадь прямоугольника (см. рис.), составленного из квадратов, если его периметр равен 34 см.

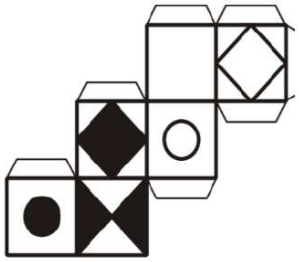
Ответ: 66.

Решение. Пусть сторона самого маленького квадрата равна 2а, тогда сторона самого большого будет равна 6а, а среднего 6а:2 = 3а. Периметр прямоугольника состоит из пяти сторон маленького квадрата, двух сторон большого квадрата и четырех сторон среднего квадрата. Составим уравнение: 5*2а+2*6а+4*3а = 34; откуда а = 1. Стороны прямоугольника соответственно равны 6а = 6 и 2а + 6а + 3а = 11а = 11. Площадь прямоугольника равна 6*11 = 66.

Задача 7. а) **(1 балл)** Изготовление блокнотов в типографии «Люкс» стоит 68 рублей за штуку, а доставка - 190 рублей. А в типографии «Некст блокноты изготавливают по 55 рублей за штуку, доставка стоит 490 рублей. При каком наименьшем количестве блокнотов выгоднее делать заказ (с доставкой) в типографии «Некст»?
Ответ: 24.

Задача 8. а) **(2 балла)** В январе за горячую воду Петя заплатил 800 рублей. В феврале цена за литр увеличилась на 20%, а литров Петя потратил меньше на 30%. Сколько рублей заплатил Петя за февраль?
Ответ: 672

Задача 9. (2 балла) Какие пирамидки, составленные из 4 одинаковых кубиков (см. развертку), нельзя сложить, приклеивая кубики одинаковыми гранями? В ответ запишите все варианты.



А **Б** **В** **Г**

Ответ: В

Задача 10. а) **(2 балла)** Найдите наибольшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, такое, что соседние цифры имеют разную четность и отличаются больше, чем на 1.
Ответ: 9638147250.

Задача 11 (2 балла) На полянке собрались божьи коровки. Если у божьей коровки на спине 6 точек, то она всегда говорит правду, а если 4 точки - то она всегда лжет, а других божьих коровок на полянке не было.
Первая божья коровка сказала: «У нас у каждой одинаковое количество точек на спине».
Вторая сказала: «У всех вместе на спинах 30 точек».
«Нет, у всех вместе 26 точек на спинах», - возразила третья.
«Из этих троих ровно одна сказала правду», - заявила каждая из остальных божьих коровок.
Сколько всего божьих коровок собралось на полянке?

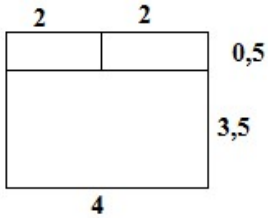
Ответ: 5

Решение. Первая божья коровка всегда лжет, т.к. если бы у всех было поровну точек, то все одновременно говорили бы правду или ложь. Если все говорят правду, то 2 и 3 божьи коровки противоречат друг другу. Если все лгут, то первая не может так сказать про себя.
Вторая и третья могут одновременно лгать, но тогда будут лгать и все остальные (4, 5 и тд), тогда получится, что первая сказала правду, но такого быть не может.
Остается вариант, что кто-то из 2 или 3 сказали правду, а кто-то из них солгал.
Пусть правду сказала вторая, тогда: у первой – 4 точки, у второй – 6 точек, у третьей – 4. У всех остальных по 6 точек, тк их утверждение верно. 30 = 14+6x, получаем не целое x.
Противоречие.
Пусть правду сказала третья, тогда: у первой и второй по 4 точки, у третьей и всех остальных по 6 точек. 14+6x=26. x=2. Значит, божьих коровок было всего 5.

Задача 12. а) (2 балла) Сколькими способами можно заменить буквы в слове МАТЕМАТИКА цифрами от 0 до 5 так, чтобы выполнялись неравенства М > А < Т < Е > М > А < Т > И > К > А? Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры.
Ответ: 4.

Указания. а) Е > М > Т > И > К > А, Е > Т > М > И > К > А, Е > Т > И > М > К > А, Е > Т > И > К > М > А

Задача 13. (2 балла) Как разрезать квадрат со стороной 4 см на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25 см?



Задача 14. (2 балла) Пятизначное число, в записи которого нет нулей, делится на 54. Из него вычеркнули одну цифру, и получилось четырёхзначное число, делящееся на 54. Из этого четырехзначного числа тоже вычеркнули одну цифру – получилось трехзначное число, делящееся на 54. Наконец, после вычеркивания ещё одной цифры, получилось число 54. Найдите исходное число.

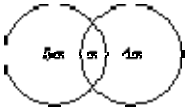
Ответ: 59994

Решение: раз число делится на 54, значит оно делится на 9. Раз вычеркивали каждый раз одну цифру и оставалось число, делящееся на 9, то это была 9—ка. В конце осталось 54, значит могло быть 549, 954, 594,а из них только 594 делится на 54. Потом могли быть числа 9594, 5994, 5949, а из них только 5994 делится на 54. Затем могли быть числа 95994, 59994, 59949, а из них только 59994 делится на 54.

Задача 15. (3 балла) По данным опроса, проведенного в 7 "Е" классе, выяснилось, что 20% учеников, интересующихся математикой, интересуются еще и физикой, а 25% учеников, интересующихся физикой, интересуются также и математикой. И только Пете с Васей не интересен ни один из этих предметов. Сколько человек в 7 "Е", если известно, что их больше 20, но меньше 30?

Ответ: 26 человек.

Решение: Количество человек в 7 "Е" без учета Пети и Васи превышает 18, но меньше 28. Пусть n учеников интересуются одновременно и математикой и физикой. Тогда всего математикой интересуются 5n, а физикой – 4n учеников. Значит, математикой или физикой интересуются 5n + 4n – n = 8n учеников (см. рис.).



В указанных границах есть только одно число, кратное восьми. Следовательно, 8n = 24, а всего в классе – 26 учеников.