

7 класс
Часть А
Вариант 1

А1. Найдите значение выражения $\frac{\frac{2}{9} \cdot 1,4 - 0,1 : 0,025}{3,65 - 2,75 \cdot 2\frac{1}{3}}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{9} \cdot 1,4 - 0,1 : 0,025}{3,65 - 2,75 \cdot 2\frac{1}{3}} &= \frac{\frac{2}{9} \cdot \frac{7}{5} - \frac{100}{25}}{3,65 - 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{3}} = \frac{\frac{14}{45} - 4}{3,65 - \frac{11}{4} \cdot \frac{7}{3}} = \frac{\frac{14}{45} - 4}{\frac{73}{20} - \frac{77}{12}} = \frac{-\frac{166}{45}}{\frac{219 - 385}{60}} = \\ &= +\frac{166}{45} \cdot \frac{60}{166} = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Ответ. $\frac{4}{3}$.

А2. Для забора нужны доски длиной 75 см в количестве 112 штук. В магазине продаются доски длиной 4 м. Сколько досок надо купить, чтобы построить забор?

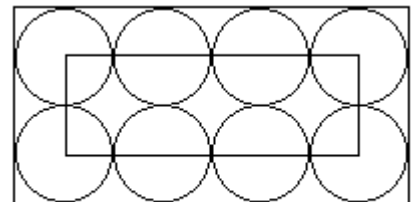
Решение. Из доски длиной 4 м может получиться не более 5 дощечек длиной 75 см ($5 \cdot 75 = 375 < 400$, $6 \cdot 75 = 450 > 400$). Чтобы вырезать 112 штакетин, необходимо не менее 23 досок ($22 \cdot 5 = 110 < 112$, $23 \cdot 5 = 115 > 112$).

Ответ. 23.

А3. Какова последняя цифра числа $9^2 \cdot 11^5 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19^2 \cdot 21^8$?

Решение. Первый сомножитель оканчивается на 1, второй – на 1, третий – на 9, четвёртый – на 7, пятый и шестой сомножители – на 1. Значит, данное произведение оканчивается на цифру, на которую оканчивается произведение $1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$. Эта цифра – 3.

А4. Площадь меньшего прямоугольника на рис. 48 см^2 . Найдите площадь большего прямоугольника (в см^2).



Решение. Стороны меньшего прямоугольника равны $2R$ и $6R$ (R – радиус окружности), поэтому его площадь составляет $12R^2 = 48$, откуда $R^2 = 4 \text{ см}^2$. Стороны большего прямоугольника $4R \text{ см}$ и $8R \text{ см}$, а его площадь равна $4R \cdot 8R = 32R^2 = 128 \text{ см}^2$.

Ответ. 128.

А5. Возраст нескольких друзей составляет в сумме 62 года. Через 3 года он будет составлять 80 лет. Сколько этих друзей?

Решение. Суммарный возраст увеличился на $80 - 62 = 18$ лет, при этом каждый из друзей повзрослел на 3 года, значит друзей $18 : 3 = 6$.

Ответ. 6.

А6. Антон и Анна берут карточки с числами 51; 2; 930; 4; 6 и 78 и по очереди выкладывают их слева направо. Анна хочет получить наименьшее, Антон – наибольшее число. Первой карточку выкладывает Анна. В результате получается десятизначное число. В ответ запишите цифру из разряда десятков тысяч этого числа.

Решение. Так как на карточках все первые (или единственные) цифры разные, то Анна своим ходом выбирает карточку из оставшихся с наименьшей такой цифрой, а Антон – с наибольшей. Получится 2930478516. Цифра в разряде десятков тысяч этого числа – 7.

Ответ. 7.

А7. В классе 32 ученика, причём некоторые из них всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. Каждый из учеников получил за контрольную работу либо 3, либо 4, либо 5. Всем ученикам после объявления результатов контрольной задали по 3 вопроса: «Получил ли ты 3?», «Получил ли ты 4?», «Получил ли ты 5?». На первый вопрос утвердительно ответили 12 человек, на второй – 14 человек, на третий – 10. Сколько лжецов в классе?

Решение. Каждый лжец дважды ответил утвердительно, а каждый правдивый ответил утвердительно только один раз. Общее количество утвердительных ответов – $12 + 14 + 10 = 36$. Если бы в классе все говорили правду, то утвердительных ответов было бы 32. Лишние утвердительные ответы в количестве $36 - 32 = 4$ получились за счёт лишнего утвердительного ответа каждого лжеца, поэтому лжецов в классе – 4.

Ответ. 4.

А8. Записав 6 различных натуральных чисел, среди которых нет 1, и перемножив их, Юра получил в результате 135135. Найдите сумму чисел, которые перемножал Юра.

Решение. Разложим произведение на простые множители:

$135135 = 135 \cdot 1001 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, тогда 6 различными делителями, ни один из которых не равен 1, являются числа 3, 5, 7, 9, 11 и 13. Их сумма

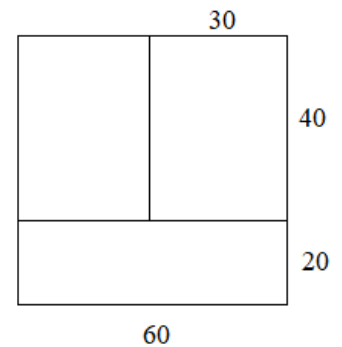
$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 48$.

Ответ. 48.

А9. Три наследника разделили квадратный участок со стороной 60 метров на три прямоугольных участка равной площади. При этом каждые два наследника стали соседями. Какова общая длина забора, построенного

вокруг и внутри унаследованного участка для отделения частей друг от друга?

Решение. Площадь всего участка равна $60 \cdot 60 = 3600 \text{ м}^2$. Тогда площадь каждой части будет $3600 : 3 = 1200 \text{ м}^2$. При любом разбиении сторона одного из участков останется равной стороне квадрата (участка три, а сторон у квадрата 4), поэтому вторая его сторона будет равна 20 метров. Стороны двух других участков будут равны 30 и 40 метров (см. рис.).



Длина забора равна: $4 \cdot 60 + 40 + 60 = 340 \text{ м}$.

Ответ. 340.

A10. Сколько есть дробей с числителем 2019 и натуральным знаменателем, больших $\frac{1}{2020}$ и меньших $\frac{1}{2019}$?

Решение. По условию $\frac{1}{2020} < \frac{2019}{n} < \frac{1}{2019}$, где n – натуральное число, тогда

$\frac{2019}{2020 \cdot 2019} < \frac{2019}{n} < \frac{2019}{2019^2}$. Числители всех трёх дробей одинаковы, значит для их знаменателей выполняется неравенство $2019^2 < n < 2019 \cdot 2020$, поэтому искомым дробей

$$2019 \cdot 2020 - 2019^2 - 1 = 2019(2020 - 2019) - 1 = 2019 - 1 = 2018.$$

Ответ. 2018.

Ответы на задания варианта 1

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
$\frac{4}{3}$	23	3	128	6	7	4	48	340	2018

**7 класс,
Часть А
Вариант 2**

А1. Найдите значение выражения $(-3,3)^2 : 1,5^3 : \left(8,7 - 10\frac{1}{6}\right)$.

Ответ. $-2,2$.

А2. Для облицовки стены дома на даче нужны доски длиной 70 см в количестве 146 штук. В магазине продаются доски длиной 3 м. Сколько досок надо купить, чтобы облицевать стену?

Ответ. 37.

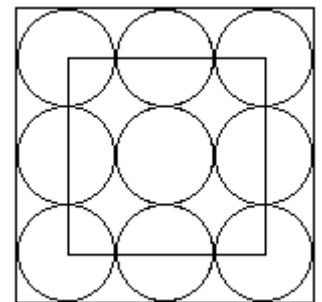
А3. Какова последняя цифра числа $7^3 \cdot 11^4 \cdot 13 \cdot 41^9 \cdot 19^6 \cdot 3^4$?

Ответ. 9.

А4. Периметр большего квадрата на рис. 96 см. Найдите периметр меньшего квадрата (в см).

Ответ. 64.

А5. Суммарный возраст всех членов семьи 92 года. Через 5 лет он будет составлять 117 лет. Из скольких человек состоит семья?



Ответ. 5.

А6. Катя и Костя берут карточки с числами 41; 2; 309; 5; 7 и 68 и по очереди выкладывают их слева направо. Катя хочет получить наибольшее, Костя – наименьшее число. Первой карточку выкладывает Катя. В результате получается десятизначное число. В ответ запишите цифру из разряда сотен тысяч этого числа.

Ответ. 3.

А7. В стрелковой секции занимаются 28 человек, причём некоторые из них всегда лгут, а остальные говорят только правду. Каждый из них на соревнованиях попал в свой воздушный шарик либо с первого, либо со второго, либо с третьего, либо с четвёртого выстрела. После соревнований каждому из стрелков задали по четыре вопроса: «Тебе понадобился один выстрел?», «Тебе понадобилось два выстрела?», «Тебе понадобилось три выстрела?», «Тебе понадобилось четыре выстрела?». На каждый из вопросов было получено по 8 утвердительных ответов. Сколько лжецов в секции?

Ответ. 2.

А8. Записав 6 различных натуральных чисел, среди которых нет 1, и перемножив их, Валера получил в результате 375375. Найдите сумму чисел, которые перемножал Валера.

Ответ. 64.

A9. Царство имеет форму квадрата со стороной 120 км. Царь разделил его на три части прямоугольной формы равной площади и передал их царевичам. При этом царь позаботился, чтобы царство каждого его сына имело общую границу с царствами обоих братьев. Какова общая длина внутренних границ новых государств?

Ответ. 4800.

A10. Сколько есть дробей с числителем 146 и натуральным знаменателем, больших $\frac{1}{147}$ и меньших $\frac{1}{146}$?

Ответ. 145.

Ответы на задания варианта 2

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
-2,2	37	9	64	5	3	2	64	200	145

7 класс
Часть Б
Вариант 3

Б1. Догадайтесь, из какого крылатого выражения можно получить следующую фразу, если заменить в ней все слова и выражения на наукообразные: «Производительный труд не является хищным животным и не может переместиться в обычную для этого хищника среду обитания».

Ответ. «Работа не волк, в лес не убежит».

Б2. Коробка и 100 лежащих в ней одинаковых алюминиевых шариков весят 510 граммов. Такая же коробка и 100 одинаковых пластмассовых шариков, лежащих в ней, весят 490 граммов. Сколько будет весить коробка и лежащие в ней 20 алюминиевых и 80 пластмассовых шариков?

Решение. Возьмём одну коробку с алюминиевыми и четыре коробки с пластмассовыми шариками. Их общий вес равен $1 \cdot 510 + 4 \cdot 490 = 2970$ г. Перераспределим шарики по коробкам так, чтобы в каждой было 20 алюминиевых и 80 пластмассовых шариков. Вес каждой из пяти коробок с шариками равен $2970 : 5 = 494$ г.

Ответ. 494.

Б3. Прямоугольник 7×14 разбит линиями на единичные квадратики. Сколько всего треугольников образуется после проведения одной из диагоналей прямоугольника?

Решение. Все получившиеся треугольники – прямоугольные, причём вершиной прямого угла может быть любой узел сетки, не лежащий на диагонали. Всего узлов $8 \cdot 15 = 120$, а на диагонали находится 8 из них. Значит, треугольников всего $120 - 8 = 112$.

Ответ. 112.

Б4. Найдите все натуральные числа такие, что если к ним прибавить их наименьший натуральный делитель, отличный от 1, то получится 42.

Решение. Наименьший делитель данного числа, отличный от 1, – простое число. Каждое из слагаемых делится на него, следовательно, и сумма делится на это простое число. У числа 42 три простых делителя: 2, 3 и 7. Возможные варианты искомых чисел: $42 - 2 = 40$, $42 - 3 = 39$, $42 - 7 = 35$. Проверка показывает, что первые два подходят, а третье – нет.

Ответ. 40, 39.

7 класс
Часть Б
Вариант 4

Б1. Догадайтесь, из какого крылатого выражения можно получить следующую фразу, если заменить в ней все слова и выражения на научнообразные: «Нельзя сделать одно из блюд национальной русской кухни несъедобным с помощью продукта, состоящего из микроскопических капель жидкости, распределённых в жире».

Ответ. «Кашу маслом не испортишь».

Б2. Корзина и 40 лежащих в ней одинаковых яблок весят 4750 г. Такая же корзина и 40 одинаковых груш, лежащих в ней, весят 5550 г. Сколько будет весить корзина и лежащие в ней 30 яблок и 10 груш?

Решение. Возьмём три корзины с яблоками и одну корзину с грушами. Их общий вес равен $3 \cdot 4750 + 1 \cdot 5550 = 19800$ г. Перераспределим яблоки и груши по корзинам так, чтобы в каждой было 30 яблок и 10 груш. Вес каждой из четырёх корзин равен $19800 : 4 = 4950$ г.

Ответ. 4950.

Б3. Прямоугольник 8×16 разбит линиями на единичные квадратики. Сколько всего треугольников образуется после проведения одной из диагоналей прямоугольника?

Решение. Все получившиеся треугольники – прямоугольные, причём вершиной прямого угла может быть любой узел сетки, не лежащий на диагонали. Всего узлов $9 \cdot 17 = 153$, а на диагонали находится 9 из них. Значит, треугольников всего $153 - 9 = 144$.

Ответ. 144.

Б4. Найдите все натуральные числа такие, что если к ним прибавить их наименьший натуральный делитель, отличный от 1, то получится 66.

Решение. Наименьший делитель данного числа, отличный от 1, – простое число. Каждое из слагаемых делится на него, следовательно, и сумма делится на это простое число. У числа 66 три простых делителя: 2, 3 и 11. Возможные варианты искомых чисел: $66 - 2 = 64$, $66 - 3 = 63$, $66 - 11 = 55$. Проверка показывает, что первые два подходят, а третье – нет.

Ответ. 63, 64.