

Вступительная работа по математике в 7 класс. 22 марта 2021 г.

1 вариант

Задачи, оцениваемые в 1 балл

1. Найдите наибольший общий делитель чисел 280 и 588.

Решение. $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$, $588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$,

поэтому $\text{НОД}(280, 588) = 2^2 \cdot 7 = 28$.

Ответ: 28.

2. Найдите неизвестный член пропорции $6\frac{3}{7} : 1\frac{6}{7} = 4,5 : x$.

Решение. $6\frac{3}{7} : 1\frac{6}{7} = 4,5 : x$,

$$6\frac{3}{7} \cdot x = 4,5 \cdot 1\frac{6}{7},$$

$$\frac{45}{7} \cdot x = \frac{9}{2} \cdot \frac{13}{7},$$

$$\frac{45}{7} \cdot x = \frac{117}{14},$$

$$x = 1,3$$

Ответ: 1,3.

3. Найдите целое число a , если $-3a < -4$ и $-2a > -5$.

Решение. $a > \frac{4}{3}$ и $a < 2,5$, $1\frac{1}{3} < a < 2\frac{1}{2}$, $a = 2$.

Ответ: 2.

4. Решите уравнение $\frac{2}{3}(1,5x + 0,6) - 0,8 \cdot \left(\frac{5}{12}x - 0,5\right) = 1$.

Решение. $\frac{2}{3}(1,5x + 0,6) - 0,8 \cdot \left(\frac{5}{12}x - 0,5\right) = 1$,

$$\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}x + \frac{3}{5}\right) - \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{2}\right) = 1,$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12}x + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = 1,$$

$$x + \frac{2}{5} - \frac{1}{3}x + \frac{2}{5} = 1,$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{5},$$

$$x = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

5. На сколько процентов уменьшится дробь, если её числитель уменьшить на 40%, а знаменатель увеличить на 20%?

Решение. Была дробь $\frac{a}{b}$, стала $\frac{0,6a}{1,2b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{b}$, что составляет 50%.

Ответ: 50.

6. Андрей исписал в тетради по математике вдвое меньше страниц, чем ему осталось исписать. После того, как Андрей исписал ещё 16 страниц, количество исписанных страниц сравнялось с количеством чистых. Сколько всего страниц в тетради?

Решение. Пусть Андрей исписал x страниц, тогда осталось исписать $2x$ страниц, значит,

$$\begin{aligned}x + 16 &= 2x - 16, \\x &= 32.\end{aligned}$$

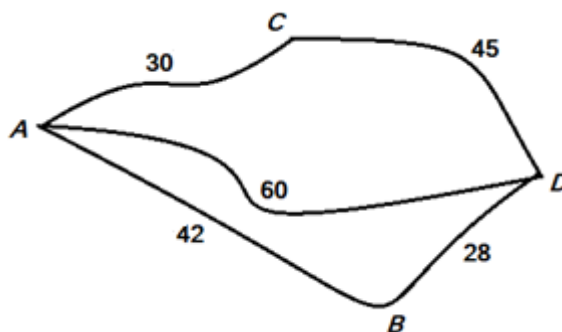
Ответ: 96.

7. За n одинаковых тетрадей и m одинаковых блокнотов заплатили c руб. Тетрадь стоит a руб. Сколько стоит блокнот?

Решение. За m блокнотов заплатили $(c - na)$ рублей, поэтому один блокнот стоит $(c - na) : m$ рублей.

Ответ: $(c - na) : m$.

8. Из пункта A в пункт D ведут три дороги. Через пункт B едет грузовик со средней скоростью 35 км/ч. Через пункт C едет автобус со средней скоростью 30 км/ч. Третья дорога без промежуточных пунктов и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 40 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояния между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из пункта A . Какой автомобиль добрался до пункта D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



Решение. Грузовик проедет расстояние 70 км со скоростью 35 км/ч за 2 часа; автобус – 75 км со скоростью 30 км/ч за 2,5 часа; автомобиль – 60 км со скоростью 40 км/ч за 1,5 часа. Долше всех едет автобус.

Ответ: 2,5.

Задачи, оцениваемые в 2 балла

9. Какое наибольшее количество цифр можно стереть в 1000-значном числе 20212021...2021 так, чтобы сумма оставшихся цифр равнялась 146?

Решение. В данном числе последовательность цифр 2021 повторяется 250 раз, поэтому сумма цифр данного числа равна $(2 + 0 + 2 + 1) \cdot 250 = 1250$. Если стереть 250 нулей, эта сумма не изменится. Убираем теперь 250 единиц, в результате получится 500-значное число 22...2 с суммой цифр 1000. В этом числе сотрём $500 - 146 : 2 = 427$ двоек, получится 73-значное число 22...2 с суммой цифр 146. На каждом шаге мы стирали наименьшее из чисел, записанных в данный момент, поэтому стёрли наибольшее возможное количество цифр – 927.

Ответ: 927.

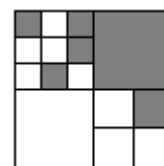
10. Квадрат площади 1 разделён на меньшие квадраты (см. рис.).

Найдите площадь закрашенной части.

Решение. Площадь закрашенной части равна

$$\frac{1}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{4}{9} \right) = \frac{61}{144}.$$

Ответ: $\frac{61}{144}$.



11. Если среднее арифметическое двух положительных чисел на 30% меньше большего из этих чисел, то на сколько процентов оно больше меньшего из них?

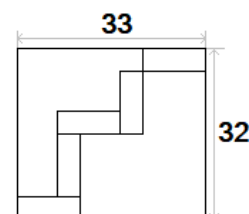
Решение. Пусть $b > a$ – данные числа. По условию, $\frac{a+b}{2} = 0,7b$, откуда

$$a = 0,4b. \text{ Значит, } \frac{a+b}{2} = 0,7b = \frac{0,7}{0,4} \cdot 0,4b = \frac{0,7}{0,4}a = 1,75a. \text{ Таким образом,}$$

среднее арифметическое на 75% больше меньшего из чисел.

Ответ: 75.

12. Пять одинаковых маленьких прямоугольников расположены внутри прямоугольника 33x32 так, как показано на рис. Чему равна площадь одного маленького прямоугольника?



Решение. Обозначим длинную сторону прямоугольника через a , короткую – через b . Тогда $a + b + a + (a - b) = 33$, откуда $a = 11$. Далее, $a + b + a + b = 32$, $b = 5$. Площадь маленького прямоугольника равна 55.

Ответ: 55.

13. Автомат делит чётное число пополам, а нечётное увеличивает на 5. Известно, что за 3 шага автомат получил из нечётного числа N число 35. Найдите N .

Решение. Если бы на третьем шаге автомат увеличил число на 5, то 35 он получил бы из чётного числа 30, что невозможно. То означает, что на третьем шаге автомат делил число пополам ($70 : 2 = 35$), и после двух шагов число было равно 70. Число 70 автомат мог получить либо из 140, либо из 65. Тогда исходными могли быть числа 280, 135, 130, 60. Но только одно из них нечётное – 135.

Ответ: 135.

14. Сколько существует различных натуральных чисел, у которых самый большой делитель, не считая самого числа, равен 91?

Решение. Разложим число 91 на простые множители: $91 = 7 \cdot 13$. Простых чисел, меньших 7, три: 2, 3 и 5. Тогда искомые числа: $2 \cdot 7 \cdot 13$, $3 \cdot 7 \cdot 13$, $5 \cdot 7 \cdot 13$, $7 \cdot 7 \cdot 13$. Всего 4 числа.

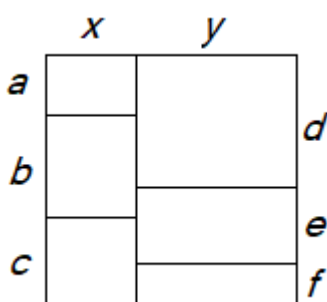
Ответ: 4.

15. У Юры было 12 больших мелков. Некоторые из них он разломал на 3 части, в итоге у него стало 24 мелка. Сколько больших мелков у него осталось?

Решение. Ломая мелок, Юра прибавляет к общему числу 2 мелка. Всего прибавилось $24 - 12 = 12$ мелков, значит сломал он $12 : 2 = 6$ мелков и осталось 6 больших мелков.

Ответ. 6.

16. Квадратный лист бумаги разделили на 6 прямоугольников (см. рис.). Сумма периметров всех шести прямоугольников равна 120. Найдите площадь этого листа бумаги.



Решение. Пусть стороны получившихся прямоугольников равны a, b, c, d, e, f, x, y (см. рис.), а сторона квадрата равна u .

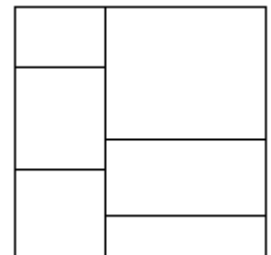
Тогда:

$$2(a + x) + 2(b + x) + 2(c + x) + 2(d + y) + 2(e + y) + 2(f + y) = 120,$$

$$(a + b + c) + 3x + (d + e + f) + 3y = 60.$$

$$a + b + c = d + e + f = x + y = u, \text{ тогда } 5u = 60, u = 12.$$

Площадь листа равна $12^2 = 144$.



Ответ: 144.

Таблица правильных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8
28	1,3	2	0,3	50	96	$(c - na) : m$	2,5
9	10	11	12	13	14	15	16
927	$\frac{61}{144}$	75	55	135	4	6	144

Вступительная работа по математике в 7 класс. 22 марта 2021 г.

2 вариант

Задачи, оцениваемые в 1 балл

1. Найдите наибольший общий делитель чисел 180 и 312.

Ответ: 12.

2. Найдите неизвестный член пропорции $1\frac{1}{3} : 5\frac{2}{9} = x : 4,7$.

Ответ: 1,2.

3. Найдите целое число a , если $-7a < -9$ и $-3a > -8$.

Ответ: 2.

4. Решите уравнение $\frac{1}{8}\left(\frac{8}{9}x + 8\right) - 0,2 \cdot \left(\frac{5}{6}x + 1\frac{2}{3}\right) = 2$.

Ответ: -24 .

5. На сколько процентов увеличится дробь, если её числитель увеличить на 20%, а знаменатель уменьшить на 20%?

Ответ: 50.

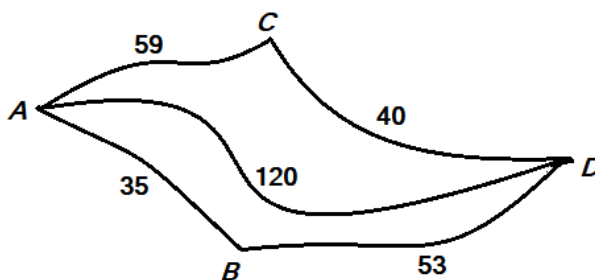
6. За неделю переводчик перевёл в 3 раза меньше страниц детектива, чем ему осталось перевести. После того, как переводчик перевёл ещё 60 страниц, количество переведённых страниц сравнялось с количеством оставшихся. Сколько всего страниц в детективе?

Ответ: 240.

7. За n одинаковых коробок конфет заплатили на c рублей больше, чем за m одинаковых пачек печенья. Коробка конфет стоит a руб. Сколько стоит пачка печенья?

Ответ: $(na - c) : m$.

8. Из пункта A в пункт D ведут три дороги. Через пункт B едет грузовик со средней скоростью 32 км/ч. Через пункт C едет автобус со средней скоростью 44 км/ч. Третья дорога без промежуточных пунктов и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 48 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояния между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из пункта A . Какой автомобиль добрался до пункта D раньше других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



Ответ: 2,25.

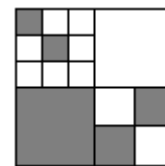
Задачи, оцениваемые в 2 балла

9. Какое наибольшее количество цифр можно стереть в 900-значном числе 146146...146 так, чтобы сумма оставшихся цифр равнялась 2021?

Ответ: 544.

10. Квадрат площади 1 разделён на меньшие квадраты (см. рис.). Найдите площадь закрашенной части.

Ответ: $\frac{31}{72}$.

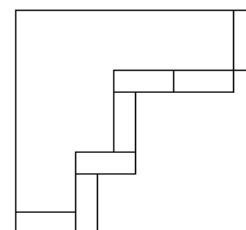


11. Если среднее арифметическое двух положительных чисел на 50% больше меньшего из этих чисел, то на сколько процентов оно меньше большего из них?

Ответ: 25.

12. Семь одинаковых маленьких прямоугольников расположены внутри квадрата со стороной 40 так, как показано на рис. Чему равна площадь одного прямоугольника?

Ответ: 50.



13. Робот делит чётное число пополам, а нечётное увеличивает на 3. Известно, что за 3 шага робот получил из нечётного числа N число 33. Найдите N .

Ответ: 129.

14. Сколько существует различных натуральных чисел, у которых самый большой делитель, не считая самого числа, равен 119?

Ответ: 4.

15. У Юли было 26 маленьких элементов конструктора. Некоторые из них она соединила по 4, получив несколько больших элементов конструктора. После этого у Юли стало 14 элементов конструктора (больших и маленьких). Сколько из них маленьких?

Ответ: 10.

16. Квадратный лист бумаги разделили на 6 прямоугольников (см. рис.). Сумма периметров всех шести прямоугольников равна 120. Найдите площадь этого листа бумаги.

Ответ: 144.

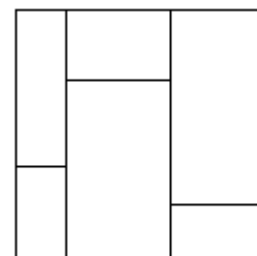


Таблица правильных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8
12	1,2	2	-24	50	240	$(na - c) : m$	2,25
9	10	11	12	13	14	15	16
544	$\frac{31}{72}$	25	50	129	4	10	144