

**Вступительная работа по математике в 8 класс. 22 марта 2021 г.**

**1 вариант**

*Задачи, оцениваемые в 1 балл*

1. Найдите значение выражения  $\frac{x^2 - y^2}{3x - 2x^2 + 3y - 2xy}$  при  $x = \frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{1}{3}$ .

*Решение.*

$$\frac{x^2 - y^2}{3x - 2x^2 + 3y - 2xy} = \frac{(x - y)(x + y)}{x(3 - 2x) + y(3 - 2x)} = \frac{(x - y)(x + y)}{(x + y)(3 - 2x)} = \frac{x - y}{3 - 2x},$$

$$\text{при } x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{3} \quad \frac{x - y}{3 - 2x} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{3 - \frac{4}{3}} = \frac{1}{3} : \frac{5}{3} = 0,2.$$

*Ответ:* 0,2.

2. Вычислите  $\frac{42^9}{(6^2)^3 \cdot 7^9}$ .

*Решение.*  $\frac{42^9}{(6^2)^3 \cdot 7^9} = \frac{(6 \cdot 7)^9}{6^6 \cdot 7^9} = \frac{6^9 \cdot 7^9}{6^6 \cdot 7^9} = 6^3 = 216.$

*Ответ:* 216.

3. Основание равнобедренного треугольника равно 12 см, а периметр 40 см. Какова длина его боковой стороны?

*Решение.* Длина боковой стороны равна  $(40 - 12) : 2 = 14$ .

*Ответ:* 14.

4. Решите уравнение

$$8x(1 + 2x) - (4x + 3)(4x - 3) = 2x.$$

*Решение.*

$$8x(1 + 2x) - (4x + 3)(4x - 3) = 2x,$$

$$8x + 16x^2 - 16x^2 + 9 = 2x,$$

$$6x = -9,$$

$$x = -\frac{3}{2}.$$

*Ответ:*  $-1,5$ .

5. Спортивный магазин проводит акцию: «Любая футболка по цене 300 руб. При покупке двух футболок – скидка на вторую 60%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок?

*Решение.*  $300 \cdot 0,6 = 180$ , цена второй футболки будет равна  $300 - 180 = 120$ . Две футболки будут стоить  $300 + 120 = 420$  рублей.

*Ответ:* 420.

6. Найдите три последовательных натуральных числа, если известно, что квадрат меньшего из них на 65 меньше произведения двух других чисел. В ответе укажите меньшее из найденных чисел.

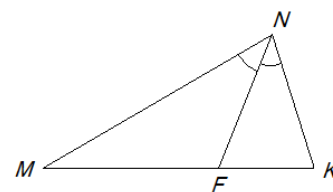
*Решение.* Пусть  $(n-1)$ ,  $n$ ,  $(n+1)$  – искомые числа. Тогда

$$\begin{aligned}(n-1)^2 + 65 &= n(n+1). \\ n^2 - 2n + 1 + 65 &= n^2 + n, \\ 3n &= 66, \\ n &= 22.\end{aligned}$$

*Ответ:* 21.

7.  $NF$  – биссектриса треугольника  $MNK$ .  $\angle MNF = 30^\circ$ ,  $\angle FKN = 74^\circ$ . Какова градусная мера угла  $M$ ?

*Решение.* Так как  $FN$  – биссектриса треугольника  $MNK$ , то  $\angle MNF = \angle FNK = 30^\circ$ , поэтому  $\angle MNK = 60^\circ$  (см. рис.). В треугольнике  $MNK$   $\angle M = 180^\circ - \angle N - \angle K = 180^\circ - 60^\circ - 74^\circ = 46^\circ$ .



*Ответ:*  $46^\circ$ .

8. Решите уравнение  $\frac{x-2}{5} - \frac{3x+2}{6} = \frac{2}{3} - x$ .

*Решение.*  $\frac{x-2}{5} - \frac{3x+2}{6} = \frac{2}{3} - x,$

$$6(x-2) - 5(3x+2) = 30\left(\frac{2}{3} - x\right),$$

$$6x - 12 - 15x - 10 = 20 - 30x,$$

$$6x - 15x + 30x = 10 + 12 + 20,$$

$$21x = 42,$$

$$x = 2.$$

*Ответ:* 2.

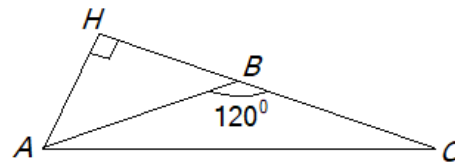
9. На графике уравнения  $2x - 3y = 5$  найдите все точки, у которых абсцисса и ордината равны по модулю. В ответе укажите координаты точек, лежащих правее оси ординат.

*Решение.* Искомые точки имеют координаты  $(x_0; x_0)$  или  $(x_0; -x_0)$ . Так как эти точки принадлежат графику уравнения  $2x - 3y = 5$ , то  $2x_0 - 3x_0 = 5$ , откуда  $x_0 = -5$ ; или  $2x_0 + 3x_0 = 5$ , откуда  $x_0 = 1$ . Правее оси ординат лежит точка с координатами  $(1; -1)$ .

*Ответ:*  $(1; -1)$ .

10. Угол, противолежащий основанию равнобедренного треугольника, равен  $120^\circ$ . Высота, проведённая к боковой стороне, равна 8 см. Найдите основание этого треугольника.

*Решение.* Пусть в равнобедренном треугольнике  $ABC$  угол при вершине  $B$  равен  $120^\circ$ ,  $AH$  – высота, проведённая к стороне  $BC$  (см. рис.). Тогда в прямоугольном треугольнике  $AHC$   $\angle C = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$ , поэтому катет  $AH$  в 2 раза меньше гипотенузы  $AC$ . Значит,  $AC = 16$ .



*Ответ:* 16.

*Задачи, оцениваемые в 2 балла*

11. Учитель задал на лето отличнику Пете и двоечнику Васе задачи, причём Васе в 4 раза больше задач, чем Пете. После каникул оказалось, что Петя и Вася решили поровну задач, и процент задач, решённых Васей, равен проценту задач, не решённых Петей. Каков процент задач, решённых Петей?

*Решение.* Пусть Пете задано  $x$  задач, тогда Васе задано  $4x$ . Пусть далее  $p$  – доля задач, решённых Васей. Тогда  $(1 - p)$  – доля задач, решённых Петей. Имеем:

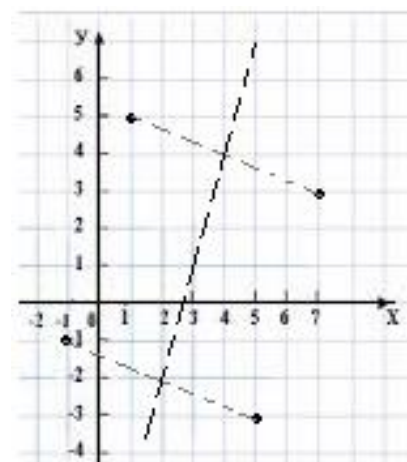
$$\begin{aligned}(1 - p)x &= p \cdot 4x, \\ 1 - p &= 4p, \\ 5p &= 1, \\ p &= 0,2.\end{aligned}$$

*Ответ:* 80%.

12. На листе бумаги нарисована система координат. Вася согнул листок так, что точки с координатами  $(1;5)$  и  $(7;3)$  совпали. С какой точкой совпала точка  $(-1;-1)$ ?

*Решение.* Точки  $(1;5)$  и  $(7;3)$  симметричны относительно линии сгиба, поэтому точка, с которой совпадёт точка  $(-1;-1)$  также будет симметрична ей относительно этой линии (см. рис.).

*Ответ:*  $(5;-3)$ .



13. В школе села Крюково количество участников сельхозбригады составляет 5% от количества всех девочек и 20% от количества всех мальчиков, которые учатся в школе. Сколько процентов учеников этой школы участвуют в деятельности сельхозбригады?

*Решение.* Пусть  $k$  – количество участников сельхозбригады,  $d$  – количество девочек в школе,  $m$  – количество мальчиков. Тогда  $k = 0,05d$ ,  $k = 0,2m$ , откуда  $0,05d = 0,2m$ , поэтому  $d = 4m$ . Доля участников сельхозбригады в общем числе учащихся школы составляет

$$\frac{k}{m+d} = \frac{0,2m}{m+4m} = \frac{0,2m}{5m} = \frac{2}{50} = 0,04 = 4\%.$$

*Ответ:* 4.

14. В двух треугольниках, тупоугольном и остроугольном, измерили углы. Вот величины четырёх из них:  $120^{\circ}$ ,  $80^{\circ}$ ,  $55^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ . Найдите меньший угол остроугольного треугольника.

*Решение.* Очевидно, что угол  $120^{\circ}$  принадлежит тупоугольному треугольнику. Углы  $120^{\circ}$  и  $80^{\circ}$  не могут принадлежать одному треугольнику, поэтому угол  $80^{\circ}$  принадлежит остроугольному треугольнику. Углы  $80^{\circ}$  и  $10^{\circ}$  лежат в разных треугольниках, так как иначе они принадлежали бы прямоугольному треугольнику. Значит, угол  $10^{\circ}$  принадлежит тупоугольному треугольнику. Теперь легко определить все 6 углов данных треугольников. Тупоугольному треугольнику принадлежат углы  $120^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$  и  $50^{\circ}$ , остроугольному –  $80^{\circ}$ ,  $55^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ . Меньший угол остроугольного треугольника равен  $45^{\circ}$ .

*Ответ:*  $45^{\circ}$ .

15. Сколько существует способов выбрать три числа из набора 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы сумма выбранных чисел равнялась сумме оставшихся чисел?

*Решение.* Сумма всех чисел набора  $1 + 2 + \dots + 8 = 36$ , поэтому сумма трёх выбранных чисел должна быть равна 18. Таких троек всего три:  $\{8, 7, 3\}$ ,  $\{8, 6, 4\}$ ,  $\{7, 6, 5\}$ .

*Ответ:* 3.

16. В войске 5555 человек. На 10 солдат приходится 1 капрал, на 5 капралов – 1 офицер, на 9 офицеров – 1 генерал. Сколько в войске солдат?

*Решение.* На одного генерала приходится 9 офицеров, 45 капралов и 450 солдат, всего это подразделение содержит  $1 + 9 + 45 + 450 = 505$  человек. Всего в войске  $5555 : 505 = 11$  таких подразделений. Таким образом, солдат в войске  $11 \cdot 450 = 4950$ .

*Ответ:* 4950.

17. Варвара заполняет пустые клетки таблицы (см. рис.). Она хочет, чтобы сумма трёх первых чисел была равна

10				130
----	--	--	--	-----

100, сумма трёх средних чисел была равна 200, а сумма трёх последних составляла бы 300. Какое число Варвара запишет в среднюю клетку?

*Решение.* Пусть в пустые клетки записаны числа  $x, y, z$  (см. рис.).

Тогда  $10 + x + y = 100$ ,  $x + y + z = 200$ ,  $y + z + 130 = 300$ .

Складывая первое и третье равенства, получим:

10	$x$	$y$	$z$	130
----	-----	-----	-----	-----

$$10 + 130 + (x + y + z) + y = 400 \text{ или}$$

$$(x + y + z) + y = 260, \text{ откуда } y = 260 - (x + y + z) = 260 - 200 = 60.$$

*Ответ:* 60.

18. Все четырёхзначные числа, каждое из которых составлено из четырёх цифр 2, 0, 2, 1 выписали в порядке возрастания. Найдите наибольшую разность между соседними членами этой последовательности.

*Решение.* Данная последовательность: 1022, 1202, 1220, 2012, 2021, 2102, 2120, 2201, 2210. Наибольшая разность, очевидно, равна  $2012 - 1220 = 792$ .

*Ответ:* 792.

19. У Пети и Коли были две одинаковые прямоугольные картонки. Каждый мальчик разрезал свою картонку на два прямоугольника. Сумма периметров прямоугольников, которые получились у Пети, равна 40, а у Коли – 50. Чему равен периметр исходной картонки?

*Решение.* Пусть длины сторон исходного прямоугольника –  $a$  и  $b$ . Если разрезы Пети и Коли сделаны параллельно одной и той же стороне, например, стороне длиной  $a$ , то тогда, независимо от того, в каком месте сделан разрез, сумма периметров прямоугольников равна  $4a + 2b$ . Это означает, что мальчики резали свои картонки параллельно разным сторонам. Если Петя сделал разрез, параллельный стороне длиной  $a$ , то сумма периметров полученных прямоугольников равна  $4a + 2b$ , у Коли сумма периметров получится равной  $4b + 2a$ . Имеем:

$$4a + 2b = 40, \quad 4b + 2a = 50.$$

Складываем эти равенства, получаем:  $6a + 6b = 90$ , откуда периметр исходного прямоугольника равен  $2(a + b) = 30$ .

*Ответ:* 30.

20. Все углы шестиугольника  $ABCDEF$  равны по  $120^\circ$ .  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $CD = 5$ ,  $EF = 1$ . Найдите  $DE + FA$ .

*Решение.* Продолжим стороны  $AF$ ,  $BC$ ,  $ED$  шестиугольника до пересечения в точках  $P$ ,  $T$  и  $R$  (см. рис.).

Очевидно, что треугольники  $PTR$ ,  $APB$ ,  $TFE$ ,  $CDR$  – равносторонние (у них все углы по  $60^0$ ).  
 Сторона правильного треугольника  $PTR$  равна  $PR = 3 + 4 + 5 = 12$ . Далее,  $RT = 5 + ED + 1$ ,  
 $PT = 3 + AF + 1$ , откуда  $ED = 6$ ,  $AF = 8$ . Таким образом,  $DE + FA = 14$ .

Ответ: 14.

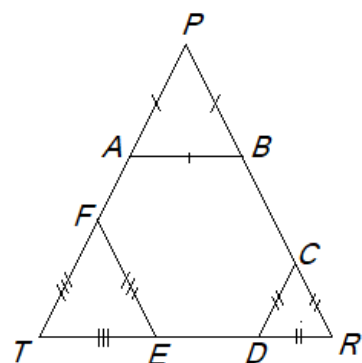


Таблица правильных ответов

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
0,2	216	14	-1,5	420	21	46	2	(1; -1)	16
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
80	(5; -3)	4	45	3	4950	60	792	30	14

**Вступительная работа по математике в 8 класс. 22 марта 2021 г.**

**2 вариант**

*Задачи, оцениваемые в 1 балл*

1. Найдите значение выражения  $\frac{3a + 2a^2 - 3b - 2ab}{a^2 - b^2}$  при  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{3}{2}$ .

*Ответ: 2.*

2. Вычислите  $\frac{(4^2)^3 \cdot 3^3}{12^3}$ .

*Ответ: 64.*

3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равно 17 см, а периметр 42 см. Какова длина его основания?

*Ответ: 8.*

4. Решите уравнение

$$(6x + 1)(6x - 1) - 4x(9x + 2) = -1.$$

*Ответ: 0.*

5. Кисть, которая стоила 240 руб, продаётся с 25%-й скидкой. При покупке двух таких кистей покупатель отдал кассиру 500 руб. Сколько рублей сдачи он получил?

*Ответ: 140.*

6. Найдите три последовательных натуральных числа, если известно, что квадрат большего из них на 55 больше произведения двух других чисел. В ответе укажите большее из найденных чисел.

*Ответ: 19.*

7. Отрезок  $BL$  – биссектриса треугольника  $ABC$ .  $\angle ABL = 40^\circ$ ,  $\angle BAL = 64^\circ$ . Какова градусная мера угла  $C$ ?

*Ответ:  $36^\circ$ .*

8. Решите уравнение  $\frac{x}{4} + \frac{2x-1}{9} - 2 = \frac{x-9}{6}$ .

*Ответ: 2.*

9. На графике уравнения  $4x + 3y = 7$  найдите все точки, у которых абсцисса и ордината равны по модулю. В ответе укажите координаты точек, лежащих ниже оси абсцисс.

*Ответ:  $(7; -7)$ .*

10. Высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, равна 8,2 см, а боковая сторона треугольника равна 16,4 см. Найдите угол при вершине этого треугольника.

*Ответ:  $120^\circ$ .*

Задачи, оцениваемые в 2 балла

11. Паша и Витя стреляли в тире, причём Витя произвёл в 3 раза больше выстрелов, чем Паша. Оказалось, что Паша и Витя поразили одинаковое количество мишеней, и процент мишеней, поражённых Витей, равен проценту мишеней, в которые не попал Паша. Каков процент мишеней, поражённых Пашей?

*Ответ:* 75.

12. На листе бумаги нарисована система координат. Петя согнул листок так, что точки с координатами  $(-2;3)$  и  $(6;5)$  совпали. С какой точкой совпала точка  $(0;-5)$ ?

*Ответ:*  $(8;-3)$ .

13. В народном хоре количество солистов составляет 40% от количества всех женщин и 60% от количества всех мужчин, поющих в хоре. Сколько процентов участников хора являются солистами?

*Ответ:* 24.

14. В двух треугольниках, тупоугольном и остроугольном, измерили углы. Вот величины четырёх из них:  $130^{\circ}$ ,  $75^{\circ}$ ,  $70^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$ . Найдите меньший угол остроугольного треугольника.

*Ответ:*  $35^{\circ}$ .

15. Сколько существует способов выбрать три числа из набора 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы сумма выбранных чисел равнялась сумме оставшихся чисел?

*Ответ:* 2.

16. В детских спортшколах города П занимаются 3465 человек, причём все они имеют разряды не ниже третьего. На 8 третьеразрядников приходится 1 второразрядник, на 7 второразрядников – 1 перворазрядник, на 6 перворазрядников – 1 кандидат в мастера спорта. Сколько учащихся спортшкол имеют второй разряд?

*Ответ:* 378.

17. Валера заполняет пустые клетки таблицы (см. рис.). Он хочет, чтобы сумма трёх первых чисел была равна 30, сумма трёх средних чисел была равна 20, а сумма трёх последних составляла бы 10. Какое число Валера должен записать в среднюю клетку?

14				2
----	--	--	--	---

*Ответ:* 4.

18. Все четырёхзначные числа, каждое из которых составлено из четырёх цифр 1, 1, 0, 2 выписали в порядке возрастания. Найдите наибольшую разность между соседними членами этой последовательности.



*Ответ:* 801.

19. У Ани и Юли были две одинаковые прямоугольные картонки. Каждая девочка разрежала свою картонку на два прямоугольника. Сумма периметров прямоугольников, которые получились у Ани, равна 25, а у Юли – 35. Чему равен периметр исходной картонки?

*Ответ:* 20.

20. Все углы шестиугольника  $MNTPQR$  равны по  $120^{\circ}$ .  $MN=3$ ,  $NT=5$ ,  $TP=2$ ,  $RQ=1$ . Найдите  $RM + QP$ .

*Ответ:* 13.

Таблица правильных ответов

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
2	64	8	0	140	19	36	2	(7; -7)	120
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
75	(8; -3)	24	35	2	378	4	801	20	13